Б Ъ Л Г А Р С К А   А К А Д Е М И Я
Н А   Н А У К И Т Е
Институт по информационни и комуникационни технологии

Инж. Кристина Тодорова Павлова

‘‘СИНТЕЗ НА АЛГОРИТМИ ЗА ОПТИМАЛНО УПРАВЛЕНИЕ НА ТРАНСПОРТНА СИСТЕМА“

ДИСЕРТАЦИЯ

за придобиване на образователната и научна степен „**доктор**“

по докторска програма „Приложение на принципите и методите на кибернетиката в различни области на науката“,

професионално направление: **5.2.** „Електротехника, електроника, автоматика“

Научен ръководител: **Проф. дтн Тодор Стоилов**

София, 2017 г.

Благодарности

Бих искала да изразя дълбока и най-искрена благодарност на своя научен ръководител проф. дтн Тодор Стоилов за отделеното време и внимание, ценните забележки и конструктивните дискусии свързани с въпроси, засягащи настоящия дисертационен труд.

С Ъ Д Ъ Р Ж А Н И Е

УВОД

Изследванията в дисертационната работа са изпълнявани за разработване на теоретичен модел и синтез на алгоритми за управление, с които да се търсят решения за интензифицирането на функционирането на интегрирана транспортна система. Последната е клас транспортна система, чието предназначение е да изпълнява пътнически превози с железопътен и автобусен транспорт в част от Републиканската Транспортна Схема на страната. Съвместният транспорт с автобусни и железопътни превози е предпоставката в дисертационната работа да се ползва и терминът „интегрирана транспортна система”. В дисертационната работа се разработва изследователски проблем, който да има практическо приложение дефинирано като „интензифициране на железопътните пътнически превози”. Така научните изследвания в дисертационен труд адресират и приложна инженерна задача, която има прагматични решения и може да интензифицира пътническите железопътни превози без изисквания на допълнителни инвестиции, а чрез прилагане на удачна управленска политика. Изследователската инженерна задача, която е поставена за решаване е да се разработи формален модел и алгоритми за неговото прилагане, с които да се управлява пътническите и автобусни превози като се даде приоритет на железопътния пътнически транспорт. С използване на разработения модел се дефинира оптимизационна задача, чието решение интензифицира железопътните превози в условия на отсъствие на нови инвестиционни разходи за железницата. Теоретичната и изследователска част на тази изследователска инженерна задача е разработвана и представена в дисертационната работа. Като резултати в дисертационната работа са представени решения, при които алгоритъма за управление с предимство изпълнява железопътните пътнически превози за дефиниран участък от Републиканската Транспортна Схема на страната. Приложените резултати на дисертационната работа от разработения формален модел и алгоритъм за управление са внедрени при разработването на договор между Институт по Информационни Комуникационни Технологии – Българска Академия на Науката (ИИКТ-БАН) и Български Държавни Железници – Пътнически Превози (БДЖ-ПП). Изходни данни за разработване на този договор са съществуващата структура и разписания на железопътните пътнически превози и разрешените лицензии за автобусен транспорт от Републиканската Транспортна Схема.

Тези уводни бележки позволяват да се дефинират целта и обекта на изследване на дисертационната работа като:

- Целта на дисертационната работа е да се разработи формален модел и алгоритми за неговото прилагане при решаване на изследователска задача за интензифициране на железопътните пътнически превози на пример на участък от Републиканската Транспортна Схема;
- Обект на изследването е клас интегрирана транспортна система изпълняваща пътнически превози с автобусен и железопътен транспорт на участък на Републиканската Транспортна Схема.

При разработване на дисертационната изследване са поставени и решавани следните задачи, които конкретизират целите на дисертационната работа:

- разработване на йерархичен модел за управление на интегрирана транспортна система. Моделът трябва да дава приоритет на железопътните пътнически превози в сравнение на автобусния транспорт;

- йерархичният модел да използва предимства на йерархичния подход като се приложи изследователски подход за композиране на йерархичния модел, чрез взаимно свързани оптимизационни задачи;

- разработване на алгоритъм за количествено определяне на параметрите на йерархичната задача за управление в условия на ограничени изходни данни за пътническите превози;

- дефиниране и решаване на йерархичната оптимизационна задача и оценка на получените решения;

- приложение на йерархичния модел за управление в практическа инженерна задача.

В следствие дефинирането и решаването на този клас йерархична задача за управление се очаква да се разшири областта на приложение на йерархичната оптимизация в областта на управление на клас интегрирани транспортни системи.

В дисертационната работа не са разработвани числени алгоритми за решаване на йерархични оптимизационни задачи, а се разработва йерархичен модел за управление и алгоритми за неговото приложение. В частност са разработвани два алгоритъма: за прилагане на оптимално управление чрез формален йерархичен модел; за подготовка на данните за йерархичната оптимизационна задача в условията на ограничени изходни данни за оптимизационната задача.

Приносният елемент на дисертационното изследване е в дефиниране на нов модел йерархична оптимизация и прилагането му при управление на превози в клас интегрирана транспортна система.

Дисертационното изследване прилага принципи на управление при разработване на йерархичния модел и оптимизационна задача при решаване на приложна инженерна задача за интензифициране на железопътните пътнически превози. Тези принципи на управление са дефинирани като:

- Принцип на оптималност, при което се търси добро решение, чрез формализиране на инженерната задача в термините на оптимизационна такава.
- Принцип на обратната връзка, който е приложен в йерархичния модел като горната задача може да се приеме като обект на управление, а долната като регулатор, който изменя начина на работа на обекта.
- Принцип на „черната кутия”, при който дефинираните оптимизационни задачи и йерархичната такава се решават с налични и достъпни програмни продукти. Така се намалява изчислителната трудоемкост за разработване на собствени числени методи за решаване на дефинираните и използвани в дисертационната работа оптимизационни задачи.

Дисертационната работа е структурирана в три глави. Тъй като дисертационното изследване използва и прилага йерархичен подход в Глава 1 е направен обзор на йерархичните оптимизационни задачи. Разгледани са особеностите на йерархичните модели за оптимизация. Показани са приложенията на задачите за йерархична оптимизация. Описани са предимствата и недостатъците на този тип задачи.

В Глава 2 е разработен йерархичен оптимизационен модел, който цели дефинирането на формална задача за интензифициране на железопътните пътнически превози. Избран и е приложен подход на композиране на йерархична оптимизационна задача. Този подход е различен с основните подходи в теорията на йерархичните системи за декомпозиция и координация. Дисертационата работа прилага композиране на йерархична оптимизационна задача като взаимносвързани оптимизационни задачи. Последните поотделно не дават в пълнота решение на инженерната задача за интензифициране на железопътните пътнически превози. В йерархична организация новата задача дава прагматично и полезно решение за управление на интегрираната транспортна система. В тази глава е разработен алгоритъм за числено определяне на параметри на йерархичната задача за управление. Разработен е алгоритъм за количествена оценка на условни пропускателните способности на пътническите железопътни и автобусни превози. Този алгоритъм е разработен поради ограничение на изходни данни за интензивността на автобусни и железопътни пътнически превози. Като резултат от този алгоритъм за подготовка на данни е дефинирана йерархична оптимизационна задача за управление на пътническите превози. С тези изходни данни са дефинирани и две класически оптимизационни задачи, композиращи йерархичната такава: задача за намиране на максимален поток в мрежа и задача за оптимално потокоразпределение.

В Глава 3 е приложен йерархичния модел за оптимизация и управление на пътническите превози в интегрирана транспортна система като е дефинирана и решавана йерархична задача за оптимизация. Решенията на йерархичната задача са сравнявани с известни оптимизационни задачи за максимален поток и за оптимално потокоразпределение. Показано е преимущество на решенията на йерархичната задача, която запазва стойността на максималния поток и реализира потокоразпределение, което дава предимство на железопътния транспорт. Направени са и допълнителни анализи, оценки и сравнения на получените решения на йерархичната оптимизационна задача.

Резултатите от дисертационните изследвания включват разработване на нов модел на управление, формализиран до йерархична система за управление. Практическото използване на дисертационните резултати е предназначено за управление на железопътни пътнически превози чрез изменение на графици и за управление на процеса на издаване на лицензи за пътнически автобусни превози.

ГЛАВА 1. ОСОБЕНОСТИ НА ЙЕРАРХИЧНИТЕ МОДЕЛИ ЗА ОПТИМИЗАЦИЯ

1.1. Теоритични модели в теорията на йерархичните системи

Йерархичните системи са вид сложни системи. Едни от предпоставките за появата и разработването на йерархичните системи за управление (СУ), са сложния вид на обектите на управление (динамичен, нелинеен, процедурен) и ограничените възможности на съществуващите и програмни средства за тяхното управление. Друга причина е съществуване на приемственост при използването на технически средства, реализиращи оптимално управление. Приемствеността се изразява в това, че при създаването на системи за управление на промишлени обекти не винаги е възможно изцяло обновяване на системата. Налице са ограничения от икономически, технологичен и социален характер. За удовлетворяване на повишените изисквания към процеса на управление се въвежда и йерархия в управлението.

Най-общо казано, ефективността от внедряването и експлоатацията на ЙСУ се проявява в следните направления[94]:

- Става възможно реализиране на оптимално управление чрез решаване на задача с голяма размерност, която централизираните системи за управление не могат да решат или това е икономически неизгодно;
- Нараства бързодействието при управлението в следствие на паралелното решаване на съответни подзадачи от управляващите устройства на подобектите;
- Повишава се надежността на системата за управление, поради по-простата структура на техническите системи в локалните управляващи устройства;
- Отчитат се в явен вид сложната структура на обекта и взаимодействията между подобектите;
- При управлението на сложни системи се решават задачи с голяма размерност. Прилагането на йерархичен модел при решаването на такива задачи е предпоставка за реализиране на оптимално управление, като се отчитат повече физически характеристики, параметри, условия, изискани цели при управлението в сравнение с централизираното управление;

- Прилагането на йерархичен модел при управлението и решаването на оптимизационни задачи обогатява физическото съдържание на оптималността на управлението и реализира системен (в цялост) подход при управление на сложни системи.

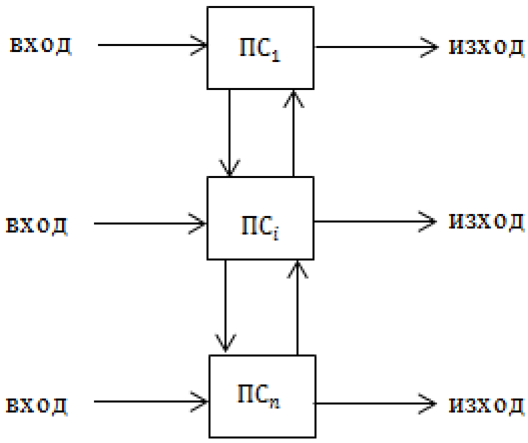
Решението на редица оптимизационни задачи се получава по йерархичен начин. Йерархичният начин на решаването на задачата представя начинът на работа и вземане на решение в йерархична система за управление. Обикновено задачата от по-високо ниво в йерархията влияе на решението на задачите от долните нива. Но решенията на задачите от долни нива влияят също на задачите от по горни нива.

Един от първите модели на йерархични системи се формализира чрез решаване на йерархично свързани оптимизационни задачи на две нива. По-късно в математическото програмиране нараства интересът към йерархичното решаване на задачите, наречено многонививо програмиране. При йерархичния модел всеки вземащ решение елемент контролира няколко променливи. Вземащият решение на най-високо ниво – координаторът - решава своята оптимизационна задача от най-високо ниво на йерархичната система, като параметрите в нейната целева функция и ограниченията ѝ се влияят от подсистемите на по-долните нива; от своя страна координатора променя параметрите в целевите функции и ограниченията на подсистемите, като по този начин изменя и влияе на техните управляващи решения. Координаторът фиксира управляващите променливи към долните нива на йерархичната система, което е последвано от по-ниските нива- те също променят параметрите на задачите на подсистемите под тях, докато се стигне до най-долната подсистема. Функционирането на долните нива от своя страна изменя параметрите на подсистемите от горните нива. Така се получава взаимосвързаност и взаимозависимост на всички подсистеми в йерархичната система. Формално йерархичното управление се представя чрез решаване на оптимизационни задачи на математическото програмиране.[155].

Едно от първите определения за йерархия е дадено в [94], където са посочени най-съществените характеристики, присъщи за ЙСУ. Те са : последователно вертикално разположение на подсистемите (ПС), съставящи дадена система - вертикална декомпозиция, приоритет на действията или право на вмешателство на подсистемите от горно ниво в по-долно, зависимост на действията на подсистемите от горното ниво от изпълнението на функциите на долните нива. Накратко тези характеристики се състоят в следното:

1.1.1. Вертикална съподчиненост.

Всяка йерархия се състои от вертикално съподчинени подсистеми, т.е. цялата система представлява съвкупност от взаимодействащи си ПС (фиг. 1.1). Под система или подсистема се разбира реализирането на процеса на преобразуване на входните данни в изходни.



Фиг. 1.1. Йерархична съподчиненост

1.1.2. Право на вмешателство.

Въздействията на горните йерархични нива имат задължителен характер спрямо долните нива. И в това се изразяват приоритетът на действията и цели на горните нива.

1.1.3. Взаимосвързаност на действието.

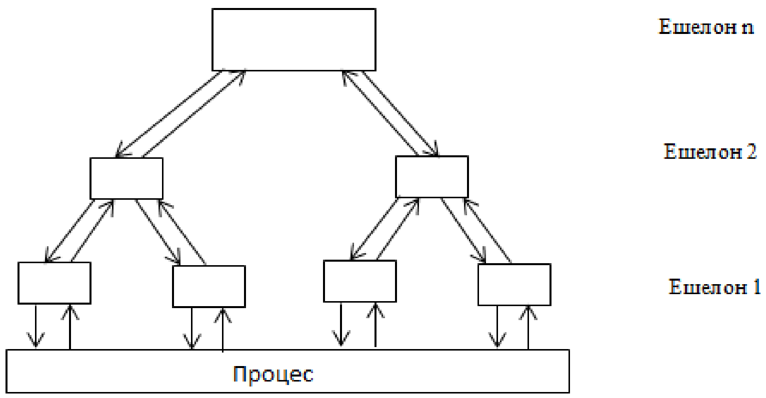
Ефективността на действията на йерархичната система в цялост и на елементите на всяко ниво зависят от поведението на всички взаимосвързани елементи в системата. Работата на горното ниво зависи не само от осъществените от него действия, но и от съществуващите реакции на долните нива. За това може да се счита, че качеството на работа на цялата система се осигурява от обратната връзка, т.е. от реакцията на вмешателството.

Йерархията е съотносително понятие и има конкретни области на приложение. Тези области дефинират вида на йерархията. В [94] понятието йерархия се отнася за:

- съставяне на нива на описание (страти);
- разпределение на правата и задълженията между изпълнителните елементи (ешелонна йерархия);
- разпределение на функциите и задачите по нивата в йерархична система (слоева йерархия).

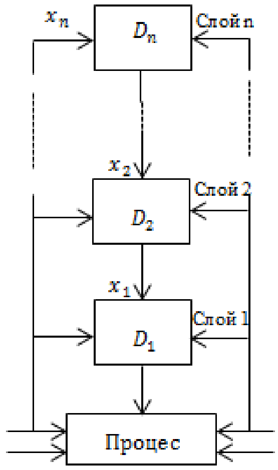
Стратите се въвеждат за описание на сложни системи, за които е невъзможно създаването на пълен и единствен модел на описание. Предпоставка за създаване на описание на дадена система със страти е невъзможността от намиране на компромис между простота на описанието и необходимост от отчитане на повече характеристики и параметри на сложната система за управление. Решение се търси в йерархично подреждане на взаимосвързани модели. [155]

Ешелоните са йерархични нива, които съдържат изпълнителни елементи, характеризиращи се с: взаимодействащи ПС, изграждащи системата; някои от ПС са вземащи решение елементи; вземащите решения елементи се разполагат йерархично в смисъл, че някои от тях се намират под влияние или се управляват от други управляващи елементи (фиг. 1.2).



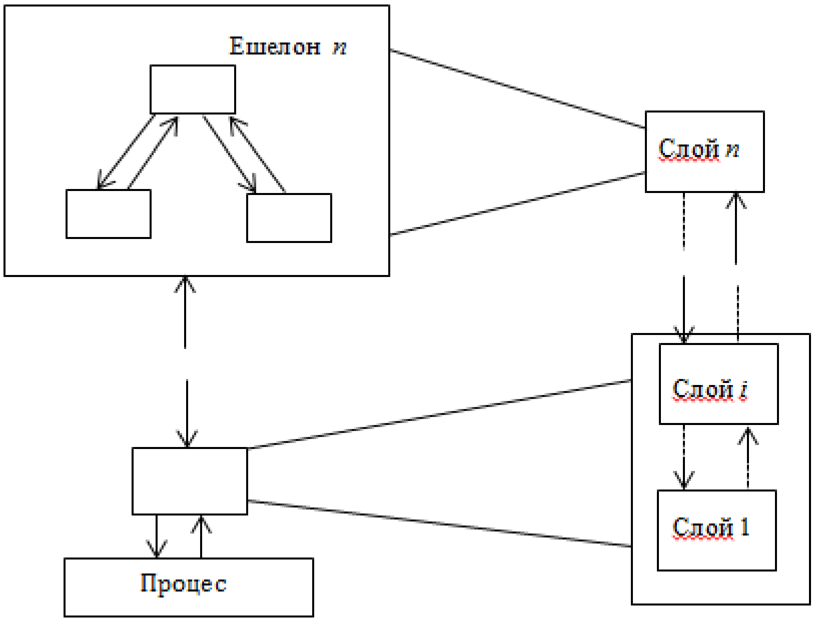
Фиг. 1.2. Ешелонна йерархия

Слоевете са йерархични нива, отнасящи се до процеса на вземане на решения. Основното противоречие при вземане на решения се състои, от една страна, в необходимостта от вземане на най-добро решение при отчитане на повече фактори и, от друга страна, в невъзможността да се отчитат всички фактори. Решение на задачата се търси в съставяне на йерархия в процеса на вземане на решения. Определят се задачите, които трябва да се решават самостоятелно, даващи в съвкупност решения на изходната задачата. Задачата от всеки слой конкретизира задачата на по-долен слой, чрез което различните слоеве си влияят (фиг. 1.3)



Фиг.1.3. Слоева йерархия

Между стратите, ешелоните и слоевете не съществува еднозначно съответствие. Например задачата, решавана от един слой на слоевата йерархия, може да се изпълнява от йерархична ешелонна система (йерархична система от технико-изпълнителни елементи) и обратно (фиг.1.4).



Фиг. 1.4. Съответствие между йерархиите

При описанието на йерархичните системи за управление, йерархията може да се отнася за:

- технико-изпълнителните елементи, реализиращи управление – ешелонна йерархия;
- разпределението на решаваните задачи по различните нива на йерархия за реализиране на оптимално управление - слоева йерархия.

За избягване на нееднозначността между ешелони и слоеве в [123] е въведен терминът решаващ елемент – структурна-функционална единица, която може да решава екстремална задача. Това допускане се поддържа и тук, като се приема, че всеки ешелон от йерархичната система решава и екстремалната задача. [155]

1.2. Формални модели в областта на йерархичната оптимизация

1.2.1. Игрова задача на Стакелберг

Най-общият модел от класа на двунивовото йерархично програмиране (от класа на двунивовите йерархични задачи) е играта на Стакелберг [49]. Задачата на Стакелберг може да се интерпретира като игра между двама играчи, където и двамата играчи взимат решения. Решението на водещия играч отговаря на следните въпроси: каква е най-добрата стратегия, когато си знае целевата функция и ограниченията и трябва да избере своята стратегия първи? Щом като лидерът фиксира управляващите променливи, другият играч си избира стратегия да минимизира собствената си целева функция. Вторият играч решава стандартна задача от класическото програмиране. Но решенията на втория играч модифицират задачата на лидера и така двете задачи на водещия и воден играч са взаимосвързани.

Задачата на Стакелберг се формулира като двунивова йерархична оптимизационна задача, където играчи 1 и 2 съответстват на вземащите решения на горно и долно ниво. Първият играч определя оптималните стойности на своите променливи (параметрите на долното ниво), така че да минимизира целевата си функция, докато вторият играч минимизира целевата си функция, по отношение на променливите си при зададени от първия параметри. В този модел целевата функция и ограниченията на горното ниво са функции от двата типа променливи: и от горното, и от долното ниво. [102]

Задачата на Стакелберг се формулира като двунивива йерархична оптимизационна задача, където първият вземащ решение (лидерът) и вторият (воденият) съответсват на горното и долното йерархично ниво на една йерархична система. Този модел се формализира по следния начин.

Задачата на долното ниво е от вида:

$$\min_{y \in Y} f(x, y), \tag{1.1}$$

$$g\,(x, y), \leq 0 \tag{1.2}$$

където $x \in R^n$ е координиращ параметър определян от решението на задачата на първия играч, $y \in\ Y \subseteq R^n$ е решението на втория играч, $f: R^n x\, R^m \to R^1$ и $g: R^n x\, R^m \to R^q$. Тази задача се параметризира чрез x. Нека с $P(x)$ се означи оптималното решение на задача (1.1) за дадено x, т.е.

$$P(x) = \{y^* \in S(x) | f(x, y^*) = \min_{y \in Y} f(x, y^*), g(x, y) \leq 0\},$$

където

$$S(x) = \{y \in\ Y | g(x, y) \leq 0$$

Оптимизационната задача от първия играч, съдържа неявното ограничение $y^* \in P(x)$, и затова тази задача не е дефинирана в явен аналитичен вид

$$\min_{x \in X} F(x, y^*), \tag{1.3}$$

$$G(x, y^*), \leq 0 \tag{1.4}$$

$$y^* \in P(x), \tag{1.5}$$

където $F: R^n x\, R^m \to R^1$ и $G: R^n x\, R^m \to R^q$, $X \subseteq R^n$.

Тази задача се нарича задача на горното йерархично ниво. Двунивовата йерархична задача, игра на Стакелберг, е формулирана като йерархична система с две нива, в която задача (1.1) е подчинена на задача (1.3), като частта от ограниченията $P(x)$ се нарича множество на рационалната реакция на втори играч. Допустимата област на координиращата задача (1.3) - (1.5) е неявно аналитично зададена: $IR = \{(x, y^*) | G(x, y^*) | \leq 0, y^* \in P(x)\}$.[110, 113]

Приема се, че след всяко решение, взето от първи играч, за втория играч има известно решение. Това решение се определя от множеството на рационалните реакции $P(x)$, докато IR представлява множеството, в което първият играч може да оптимизира своите решения.

Координиращата задача (1.3) - (1.5) може да няма решение или може да възникнат трудности когато $P(x)$ е множество от решения, а не единствено решение на задача (1.3), [25].

В случая когато $P(x)$ е множество от решения, се използват два подхода.

При първия подход се счита, че втори играч се кооперира с първия, за да се минимизира $F(x, y)$ при зададено множество от рационални реакции. Задача (1.3) - (1.5) се трансформира до:

$$\min_{x \in X, y^*} F(x, y^*), \tag{1.6}$$

$$G(x, y^*), \leq 0 \tag{1.7}$$

$$y^* \in P(x) = \{y^* \in S(x) | f(x, y^*) = \min_{y \in Y} f(x, y^*), g(x, y) \leq 0\} \quad . \tag{1.8}$$

Вторият подход привежда доводи в полза на консервативна статегия, която променя задачата до вида:

$$\min_{x \in X} \max_{y^*} F(x, y^*), \tag{1.9}$$

$$y^* \in P(x) = \{y^* \in S(x) | f(x, y^*) = \min_{y \in Y} f(x, y^*), g(x, y) \leq 0\}, \tag{1.10}$$

Първият играч счита, че прилага най-лоша стратегия и че няма сътрудничество с втория играч. В интерес на опростяване на задачата е пропуснато ограничение (1.7). Когато функциите *f*, *g F* и *G* са линейни спрямо *x* и *y*, задачата на Стакелберг се нарича линейна Стакелбергова игра или двунивова йерархична линейна програма.

Разглежда се специална форма на задачата на Сталкелберг (1.6) - (1.9), при която горното ниво изчислява действието на долното ниво чрез минималната функция $w(x)$, така че

$$w(x) = \min_{x \in X,} f(x, y), \tag{1.11}$$

при ограничения

$$g\,(x, y), \leq 0 \tag{1.12}$$

В този модел с $w(x)$ е означена стойност на целевата функция на долното ниво $f(x, y)$, оптимизирана по отношение на *y*. Задачата на горното ниво може да се формулира така, че нейната целева функция и ограничения да съдържат минимална по стойност функция $w(x)$ както следва:

$$\min_{x \in X,} F(x, w(x)), \tag{1.13}$$

$$G(x, w(x)), \leq 0, \tag{1.14}$$

където $F: R^n \times R^1 \to R^1$ и $G: R^n \times R^1 \to R^q$. Чрез комбиниране на (1.11) - (1.12) и (1.13)-(1.14) двунивовата йерархична задача се представя като

$$\min_{x \in X,} F(x, w(x)), \tag{1.15}$$

$$G(x, w(x)), \leq 0, \tag{1.16}$$

$$w(x) = \min_{y \in Y,} f(x, y), \tag{1.17}$$

$$g\,(x, y), \leq 0. \tag{1.18}$$

Двете задачи (1.6)- (1.8) и (1.15) - (1.18) се считат за основни нелинейни задачи.

Тъй като нито $y^*(x)$, нито $w(x)$ в общия случай са диференцируеми по отношение на x, се прилагат основните правила на теорията на недиференцируемото програмиране. За да се получат условията за оптималност, е необходимо да се знаят производните по направление и общите градиенти на екстремалните решения и стойностите на екстремалните функции.

Може да се разгледат различни варианти на двунивови йерархични оптимизационна задачи (1.6) - (1.8) и (1ч.15) - (1.18). Те включват минимаксна задача, оптимизационна задача за удовлетворяване на заявки, двунивова йерархична задача за синтез, минимаксна задача, задача с най-добра апроксимация и задача с голяма размерност от нелинейно програмиране и децентрализираното вземане на решение. Тези задачи се наричат още приложни двунивови йерархични задачи от математическото програмиране.[69, 73, 99]

Задачата на Стакелберг има редица приложения – структурно проектиране на системи, разпределение на ресурси, определяне на цената на електроенергията, планиране на производството и други.

Този параграф има илюстративно предназначение, за да даде сведение за сложността на оптимизацията, която трябва да се направи в тази дисертация. Пълното теоретично обосноваване на ползи и ограничения на двунивовата йерархична оптимизация е правено в научни публикации [4, 19, 96]. При теоретичните изследвания се мотивира значителната полза и предимства на този клас йерархична оптимизация.

1.2.2. Целева координация в йерархични задачи

В йерархична система за управление координаторът може да изменя целевите функции на задачите на долни йерархични нива. Тази координация е известна с термина „Целева координация”. Формален модел за такава координация може да се приложи правата и обратна задача на Лагранж. При прилагане на формализма на Лагранж, решенията на задачата на координатора изменят целевата функция на долната йерархична задача. Целевата координация се състои в промяна, извършвана от координатора, в целевите функции на локалните задачи на подсистемите [84, 127, 138, 140]. Математически този модел се основава на изискванията за съществуване на седлова точка при решаване на съответните права и обратна задача на Лагранж. При изходна, глобална задача за оптимизация

$$minF(x) = F_i(x_i),\ \ x_i \in S_i \subseteq E^n{}_{i,}$$

$$g(x) = \sum_{i=1}^{N} g_i(x_i) \subseteq E^M, \qquad g_i = (g_{i1}, \ldots\ldots g_{im}) \tag{1.19}$$

се дефинира права задача на Лагранж, в която в целевата функция се включват само глобалните ограничения g(x):

$$\min\{L(x,\lambda) = F(x) + \lambda^T g(x)\} = \min\{\textstyle\sum_{i=1}^{N} F_i(x_i) + \sum_{i=1}^{N} \lambda^T g(x) \tag{1.20}$$

Вследствие на сепарабелността на функциите F(x) и g(x) правата задача на Лагранж (1.20) се разделя на N задачи с по-ниска размерност.

$$\max_{x\in S} Fi(xi) + \lambda^T g(x) \tag{1.21}$$

където множителите на Лагранж λ са координиращите променливи. Йерархичната система функционира в следната последователност. Координаторът изчислява и подава стойностите на λ. Подсистемите при фиксирани стойности на λ решават собствените си подзадачи (1.21), като намират решенията $x_i(\lambda)$, i=1,…,N.[147] Теорията на йерархичните системи изисква за съответни оптимални стойности на координиращите променливи $\lambda = \lambda^{opt}$ решенията $x(\lambda^{opt})$ на локалните задачи (1.21) да са и решения x^{opt} на изходната задача (1.19), т.е $x^{opt} = x(\lambda^{opt})$. Оптималните стойности λ^{opt} се изчисляват от координатора чрез решаване на обратната задача на Лагранж:

$$\max_{\lambda \geq 0} H(\lambda), \text{където } H(\lambda) = L(x, \lambda), \lambda) = F(x(\lambda), \lambda)) + \lambda^T g(x(\lambda)) \tag{1.22}$$

Това е задача на безусловна оптимизация, тъй като отсъстват ограничения за дефиниционната област λ, защото присъства само условие за неотрицателност. Тази задача лесно ще се реши, ако е известно аналитичното представяне на функцията H(λ). По дефиниция H(λ) се получава чрез заместване на решенията на x(λ) във функцията на Лагранж L(x, λ). Тъй като решението x(λ) се получава от (1.20) при фиксиран параметър λ, то x(λ) може да се получи аналитично само в частни и опростени случаи. Това определя, че функцията H(λ) се задава процедурно и може да се изчислят отделни нейни стойности. Следователно решаването на (1.22) може да се осъществи чрез числен метод и с итеративни изчисления. Например диференциалът на функцията H(λ) е равен на $dH=H_\lambda d\lambda$ или $H\lambda=dH/d\lambda$. Тъй като се търси максимум на H(λ), то трябва нарастването на независимия аргумент λ да е $d\lambda=\rho H_\lambda=\rho dH/d\lambda$, където ρ е коефициент, $\rho>0$, и следователно $dH=\rho(dH/d\lambda)^2>0$. Следователно аргументът λ ще се изменя като

$$d\lambda = \lambda^{k+1}\lambda^k = \rho\left(\frac{\mathrm{dH}}{\mathrm{d\lambda}}\right) \quad \text{или } \lambda^{k+1} = \lambda^k = \rho\left(\frac{\mathrm{dH}}{\mathrm{d\lambda}}\right) \tag{1.23}$$

където k, k+1 са номерата на две последователни итерации; ρ е стъпката на градиентната процедура, dH/dλ е градиентът на функцията (1.22).

Зависимостта (1.23) е така наречения и добре известен градиентен алгоритъм, който се изпълнява лесно, тъй като стойността на градиента dH/dλ за точка x=x(λ) се задава със стойността на глобалното ограничение g(x) за същата точка, т.е $\frac{dH(x(\lambda))}{d\lambda} = g(x(\lambda))$. Зависимостта (1.23) и задачи (1.21) определят процедурите на функциониране на йерархичната система. Координаторът последователно изменя Лагранжевите множители λ чрез градиентната процедура (1.23). Тези множители конкретизират целевите функции на задачите на подсистеми (1.21). След намирането на решенията x(λ), те се изпращат на координатора, който определя стойността на глобалното ограничение g(x(λ)) и изчислява новата стойност на λ. Йерархичната система функционира итеративно, като координаторът изменя целевите функции на подсистеми, поради което тази координация се нарича целева. Тъй като междинните стойности на глобалното ограничение g(x(λ)) може да бъдат и по-големи от нула, то съответните междинни решения x(λ) са недопустими за изходната задача (1.19), което е особеност на целевата координация. Итеративната процедура на целевата координация има икономическа интерпретация на свободен пазарен механизъм. Координиращите множители λ имат съдържание на цени, които целят , нулиране на g(x), представляващо разликата между търсене и предлагане [54, 87, 118].

1.2.3. Координация с предсказване в йерархични задачи

При тази стратегия на решаване на йерархични задачи, решенията на координатора изменят ограниченията на долно йерархично ниво. Този тип координация е наречен „координация с предсказване". Икономическата интерпретация на координацията с предсказване е плановата икономика [87, 118]. Глобалната оптимизационна задача е представена във вида [127, 137]

$$\min F(x) = \sum_{i=1}^{N} F_i x_i, \quad x_i \in S_i, \quad g_i x_i \le \mu_i, \quad \sum_{i=1}^{N} \mu_i = 0 \tag{1.24}$$

А локалните задачи се дефинират, като

$$min \sum_{i=1}^{N} F_i x_i, \qquad x_i \in S_i, \quad g_i x_i \le \mu_i, \quad i = 1, \dots . N, \tag{1.25}$$

където μ_i са координиращите параметри. Координаторът „предсказва" обема на ресурсите μ_i, които се разпределят между подсистемите. Тяхното разпределение е такова, че да се изпълнява глобалното ограничение

$$g(x) = \sum_{i=1}^{N} g_i x_i \le \sum_{i=1}^{N} \mu_i = 0 \tag{1.26}$$

Следователно итеративно получаваните междинни решения $x_i(\mu_i)$ на (1.25) са допустими решения за (1.19). Решенията $x_i(\mu_i)$ се получават вследствие на отпуснатия „ресурс" μ_i, който се изчислява от координатора чрез съответна итеративна процедура. Нейното извеждане е аналогично на (1.23).

При изходна задача (1.24) функцията на Лагранж се дефинира, като

$$L = \sum_{i=1}^{N} F_i x_i \; + \; \sum_{i=1}^{N} \lambda_i [g_i(x_i) - \; \mu_i] + \sum_{i=1}^{N} \psi^T \mu_i \tag{1.27}$$

чийто диференциал е $dL=L_x dx+L_\lambda d\lambda+L_\mu d\mu+L_\Psi d\Psi$.

Тъй като подсистемите решават задачи (1.25), то те осигуряват изпълнението на $L_x=L_\lambda=L_\Psi = 0$ при зададеното μ. Следователно диференциалът dL се редуцира до $dL = L_\mu d\mu$. Ако се избере посока на изменение на функцията $d\mu = - \rho L_\mu$, $\rho>0$, то ще се осигури $dL<0$, което съответства на търсене на минимум на функцията L. Следователно аргументът μ трябва да се изменя по начина

$$d\mu = \mu^{k+1} - \mu^k = - \rho L_\mu \text{ или } \mu^{k+1} = \mu^k - \rho L_\mu, \tag{1.28}$$

където k, k+1 са две последователни итерации, ρ е стъпката на процедурата

$$L_\mu = \lambda_i + \Psi. \tag{1.29}$$

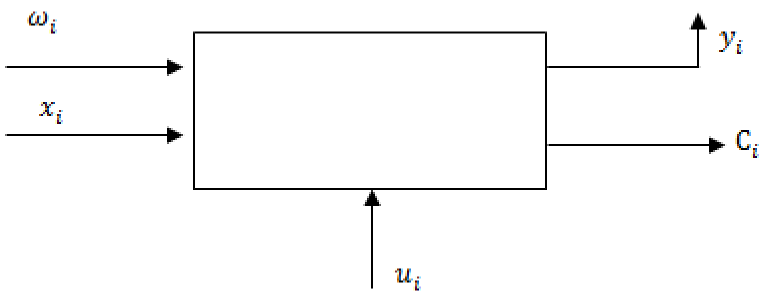
Зависимостта е градиентна процедура и тя се изпълнява итеративно. Градиентът L_μ се определя от двойствените променливи λ и Ψ, получавани при решаването на (1.25). Координаторът фиксира ресурса μ и го изменя след получаване на решения за двойствените променливи на локалните подзадачи.

Двете координиращи стратегии – целевата координация и координация с предсказване, определят оптималните стойности на координиращите променливи λ^{opt} и μ^{opt} в края на итеративните изчисления [90, 98, 110]. Съответните решения на локалните задачи (1.20) и (1.25) са решения на изходните задачи (1.19) и (1.24). Следователно йерархичният подход опростява решаването на сложната изходна задача (1.19) чрез декомпозиция и координация на задачи (1.20) и (1.25), които са задачи с по-ниски размерности. Недостатък на йерархичната оптимизация е, че числените методи за решаване на такива задачи прилагат итеративни изчисления. Това води до забавяне на получаването на решение на йерархичната оптимизационна задача. Съответно приложението на йерархичния модел за решаване на оптимизационни задачи е практически приложим за случаи на проектиране, off-line дейности и вземане на решения но не и за управление в реално време. [163]

1.2.4. Йерархична оптимизация в системи за управление

Разглежда се процесът на управление на сложна многосвързана система състояща се от подсистеми, представен на фиг.1.5 [60, 61, 87], където ω_i, x_i, u_i, z_i, y_i са вектори с размерности m_{ω}, m_{xi}, m_{ui}, m_{zi}, m_{yi}, като

- ω_1 – входен вектор на смущаващите въздействия за глобалната система и за i-та подсистема;
- x_i – входен вектор на i-та подсистема, съставен от изходни въздействия на други подсистеми;
- u_i – входен вектор на управляващото въздействие за i-тата подсистема;
- y_i – изходен вектор, представляващ крайния продукт, произвеждан от i-та подсистема
- z_i – изходен вектор за подсистема i, въздействащ на входовете на другите подсистеми.



фиг. 1.5. Схема на подсистема от многосвързана система

При даден вектор на смущението Ꞣ$_i$ подсистемата i е математически дефинирана чрез уравненията на установеното си състояние:

$$z_i = Z_i(u_i, x_i), \qquad y_i = y_i(u_i, x_i). \tag{1.30}$$

Взаимовръзките между отделните подсистеми се дават със зависимостите

$$x_i = \sum_{i=1}^{N} c_{ij} z_j, \qquad i = 1, \dots . N \text{ е броят на подсистемите}$$

където c_{ij} е матрица, съдържаща нули при отсъствие и единици при наличие на връзки между i-тата и j-тата подсистема. Размерността на c_{ij} е $i=m_{xi}$, редове и $j=m_{zi}$ колони.

Целевата функция на системата се приема като адитивно-сепаребална сума на целевите функции на отделните подсистеми:

$$F = \sum_{i=1}^{N} f_i(u_j, x_j) \tag{1.31}$$

За опростяване на анализа е прието, че след заместване на изходните сигнали y_i в $f_i(u_i, x_i, y_i)$ се получава, че $f_i(u_i, x_i)$ не зависи от y_i.

Глобалната задача за оптимизация добива вида

$$minF = \sum_{i=1}^{N} f_i(u_i, x_i), \;\; z_i = \; z_i(u_i, x_i) \;\; , i = 1, \dots \dots N;$$

$$x_j = \sum_{i=1}^{N} c_{ij} z_j, \qquad i = 1, \dots . N \tag{1.32}$$

При изходна задача (1.32) се дефинира Лагранжевата функция

$$L(x,u,z,\lambda,\psi) = \sum_{i=1}^{N} f_i(u_i,x_j) + \sum_{i=1}^{N} \psi_i^T (Z_i(u_i,x_i) - z_i) + \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^T \left(x_i - \sum_{i=1}^{N} c_{ij} z_j \right) \quad (1.33)$$

където Ψ_i и λ_i са съответни двойствени променливи с размерности m_{zi} и m_{xi}.

От условията за съществуване на седлова точка (непрекъснатост и диференцируемост на функциите f_i и Z_i) решението на изходната задача (1.32) се получава чрез решаване на системата стационарни уравнение на Лагранжевата функция

$$\frac{dL}{dx_i} = \frac{df_i}{dx_i} + (\frac{dZ_i}{dx_i})^T \Psi_i + \lambda_i = 0$$

$$\frac{dL}{du_i} = \frac{df_i}{du_i} + (\frac{dZ_i}{du_i})^T \Psi_i = 0$$

$$\frac{dL}{dz_i} = -\Psi_i + \sum_{i=1}^{N} c_{ij}^T \lambda_j = 0 \quad (1.34)$$

$$\frac{dL}{d\psi_i} = z_i + (Z_i(u_i,x_i)) = 0$$

$$\frac{dL}{d\lambda_i} = \mathrm{x}_i + \sum_{i=1}^{N} c_{ij} z_j, = 0$$

L(x,u,z,Ψ,λ) за i-1,…,N:

Нелинейната алгебрична система уравнения (1.34) се решава чрез декомпозиция и координация. Може да се приложи механизмът за координация на целите или координация с предсказване.

1.2.5. Йерархичен информационен обмен при целева координация

Приема се за координиращ параметър λ_i, изчисляван и подаван от координатора [23, 42, 43, 79, 98, 103, 110, 117, 118, 138, 145]. При фиксирани λ системата (1.34) се декомпозира на N подзадачи от вида

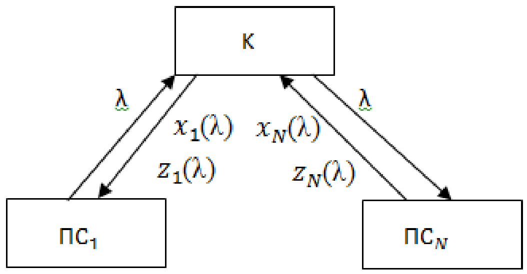
$$min f_i(u_i, x_i) + \lambda_i^T x_i - \sum_{i=1}^{N} \lambda_j^T c_{ij} z_i, \quad z_i = (Z_i(u_i, x_i)), \quad \lambda_i - \text{дадени}, i = 1, \dots. N \tag{1.35}$$

Тези задачи се решават за всяка подсистема. Получените решения $x_i^*(\lambda)$, $z_i^*(\lambda)$ се предават на координатора за оценка и коригиране на новата стойност на λ. Координаторът изчислява новите стойности на λ чрез градиентната процедура

$$\lambda_i(k+1) = \lambda_i(k) + \rho^T \frac{dL}{d\lambda_i} = \lambda_i(k) + \rho^T (x_i^* - \sum_{i=1}^{N} c_{ij} z_{i,}) \tag{1.36}$$

където ρ е числен вектор, определящ стъпката на изменение.

Йерархичната система функционира и обменя информация, както е показано на фиг.1.6. На първо йерархично ниво се изчисляват $u_i(\lambda)$, $x_i(\lambda)$, $z_i(\lambda)$ и $\Psi_i(\lambda)$ при зададено λ. Стойностите x(λ) и z(λ) се подават на координатора. Новите координиращи променливи $\lambda_i(k+1)$ се получават съгласно градиентната процедура (1.35) и се връщат за въздействие върху подсистемите. Информационният обмен в системата итеративен и решение на изходната задача (1.32) се получава едва в края на итеративните изчисления. [163]



Фиг.1.6. Йерархичен информационен обмен

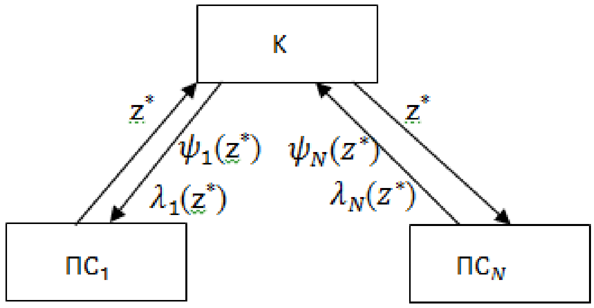
1.2.6. Йерархичен информационен обмен при смесена координация

За изходната задача (1.32), респективно система (1.34), се приема, че координаторът предсказва и фиксира взаимодействията Z_i [23, 42, 43, 87, 96, 110, 117, 118, 126, 127, 132, 138, 146]. При фиксирани стойности z_i системата (1.34) се декомпозира на N подзадачи от вида

$$min f_i(u_i, x_i),\;\; z_i^* = (Z_i(u_i, x_i)),\;\; x_i = \textstyle\sum_{i=1}^{N} c_{ij} x_i^*,\;\; z_i^* - \text{дадени}, j = 1, \dots N \qquad (1.37)$$

Тъй като свързващите ограничения и моделните ограничения Z_i тук винаги се удовлетворяват при зададено z_j^*, то координацията носи наименованието „допустима”. Информационният обмен между двете нива е дефиниран, както е показано на фиг.1.7. Координаторът изчислява новите стойности на Z_i чрез градиентната процедура

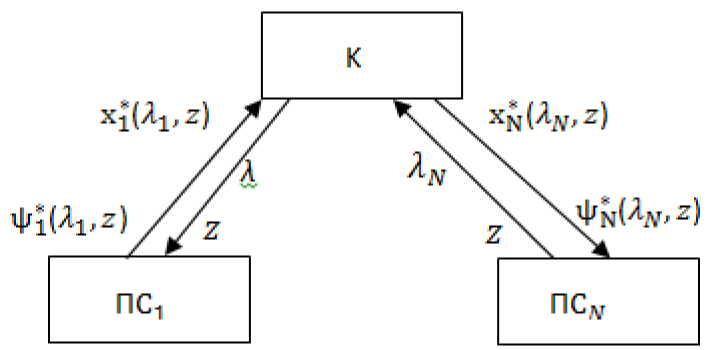
$$Z_i(k+1) = Z_i(k) + \rho^T \frac{dL}{dZ} = Z_i(k) + \rho^T(-Z\psi_i + \sum_{i=1}^{N} c_{ji}^T \lambda_i,) \qquad (1.38)$$



Фиг.1.7. Информационен обмен при координация с предсказване

На първо йерархично ниво се изчисляват $u_i(z^*)$, $x_i(z^*)$, $\Psi(z^*)$ и $\lambda(z^*)$, като двойствените променливи Ψ и λ се изпращат на координатора да реализира градиентната процедура (1.38). Решението на изходната задача се получава в края на итеративните изчисление и за случая на управление на многосвързана система оптималните управления u^{opt} може да се подадат за изпълнение едва след приключване на итеративните йерархични изчисления.

Предимствата на йерархичния модел тук се дължат на простия координиращ алгоритъм и ниските размерности на задачите на подсистемите [91]. Недостатъците произтичат от многократното итеративно изчисление и необходимостта от информационен обмен между йерархичните нива. При пространствено разпределени системи времето за комуникация се увеличава много и печалбата от декомпозирането се губи. Съвместното прилагане на целевата координация и координацията с предсказване води до създаване на смесени координиращи процедури [23, 42, 43, 87, 90, 98, 111, 117, 118, 127]. Така например координаторът може да определя както взаимодействията z^*, така и Лагранжевите множители λ^* (фиг.1.8). Смесената координация има по-големи възможности за приложение, тъй като отслабва математическите изисквания към процеса на решаване на изходната задача (1.32), респективно системата уравнения (1.34).



Фиг.1.8. Смесена координация

Йерархичният метод за декомпозиция и координация лесно се разширява и за случая на нелинейност за взаимовръзките, когато $x_i=X_i(Z)$.

1.2.7. Задачи с равновесни ограничения

Анализ на методи за решаването на математическите задачи с равновесни ограничения са представени в [8, 36, 116]. Някои от методите се занимават с изменение на ограниченията [39, 51, 115, 128]. Например, [44] използват филтриращи методи, докато се предлагат подходи за квадратично програмиране от [38, 45, 66, 105, 114]. [68, 93] обсъждат алгоритми, базирани на наказателни функции, алгоритъма на [24] е за нелинейното програмиране. Нелинейните случаи на bi-level задачите достигат до оптимални резултати. Наистина, редица автори са получили необходимите условия за оптималност за bi-level задачите. Сред тях са [24, 34, 35, 101, 112, 113, 142, 144].

С течение на годините са изследвани по-сложни bi-level задачи, такива, включващи дискретни променливи в [134, 136]. Оттук се появяват проучвания като тези от [112], [5, 74, 135] се занимава както с нелинейни проблеми, така и с математически програми с равновесни ограничения [30]. Характера на bi-level програмирането е разгледан в [92]. Първото библиографско изследване е написано [73].

1.3. Приложения на задачи на йерархична оптимизация

Прилагането на йерархична оптимизация е перспективна област за дефиниране на оптимизационни задачи и използването им за намиране на решения на практически проблеми в реалния свят. С двуйерархичната задача се решават две оптимизационни задача на горно и на долно ниво. Горната подзадача от йерархичната оптимизационна задача влияе върху параметрите на ограниченията и/или целта на долната подзадача за оптимизация. Долната оптимизационна задача чрез своите решения също влияе и изменя параметри на горната оптимизационна подзадача като се изменят ограничения и/или целевата функция на горната задача за оптимизация. Тези взаимосвързани оптимизационни задачи са формални модели, които се прилагат в Теорията на йерархичните системи. Понастоящем се счита, че тези йерархичните задачи имат сложна структура и са трудни за решаване. Една от причините затова е, че при числените алгоритми, които се използват при решаването им, трябва да се намира глобално оптимално решение, а не локален оптимум. Обзор за перспективното използване и прилагане в практиката на двунивови йерархични задачи може да бъде намерено в [6]. Подробни и задълбочени изследвания и анализи на двунивова йерархична оптимизация е представена в [6, 13, 25, 30, 31, 120, 121, 137].

Приложения на двунивовата йерархичната оптимизация са систематизирани в [25] за различни области като:

- Управление на приходите в икономическите системи. Основните приложения се формализират до решаване на игрови задачи на Stackelberg [7, 9, 20, 29, 48, 49, 78, 119].
- Идентифициране на параметрите, контрол на транспортните системи, градски трафик [14, 26, 46, 59, 71, 75, 85, 86, 95, 122, 123].
- Проектиране на мрежови топологии и местоположение на обекта [8, 78, 125]
- Оптимално проектиране на инженерни проблеми [76, 100, 119, 121].
- Оптимална експлоатация в енергийния сектор [7, 40, 58, 63, 70].
- Ценообразуване и разпределение на газ [32, 33].
- Разпределение на ресурсите [15, 41, 62, 88, 141].
- Модели на веригата за доставки [18, 19, 83, 125, 133].
- Обезпечаване на сигурността при комуникациите [89, 96, 109].

В литературата [149, 150] са използвани клас транспортни задачи, при което се определя ред за превозване на товари между градовете и потребителите на товарите. Използваната целева функция е за минимална стойност и минимален пробег.

Тази поредица от публикувани случаи с прилагане на двунивов йерархичен формализъм доказва, че в момента съществува все по-нарастващ интерес за осъществяване на двунивова йерархична оптимизация в реални случаи и за решаване на реални практически проблеми. Причината е, че чрез такъв модел на йерархична оптимизация получаваните решения удовлетворяват оптималните стойности (максимум или минимум) на повече от една целева функция, отчита се по-голям набор изисквания и ограничения при оптимизацията, получаваните решения определят по-голям брой характеристики на оптимизираната система. Въпреки вътрешната сложност при решаването на задачи за двунивово йерархично оптимизиране, опитите за използване и прилагане на такъв йерархичен оптимизационен модел са непрекъснати и с добре доказани положителни резултати.

Редица практически задачи за оптимизация имат двунивова йерархична стуктура. Общото в тях е, че от горното йерархично ниво в резулатат на решаване на оптимизационна задача се определят оптимални стойности, които стават параметри за долното йерархично ниво, където на свой ред се решават други оптимизационни задачи, в които се използват параметрите, определени от горното ниво.[50, 51]

1.4. Агрегиране и декомпозиция

Различни са причините поради които се налага редукция (намаляване на размерността) на модела за управление. Най-важните от тях са: по-малката размерност на модела води до по-малко изчисления при проектиране на системата, опростения модел води до по-проста структура за управление на системата и т.н. Методите за редукция може да се систематизират в три групи:

А) Методи за оптимизация на параметрите. При тези методи параметрите на редуцирания модел се определят при минимизиране на квадратичната грешка между изходите на моделите при едни и същи входове.

Б) Апроксимация чрез полиноми. Това са методи чрез, които се търси най-добро приближение на полиноми от по-висок ред с полиноми от по-нисък ред.пи методи изходната постановка е

В) „Отрязване“ на компонентите. Тези методи по същество се свеждат до пренебрегване например на някои диференциални уравнения, които описват обекта. В кръга на тези методи усилено се разработват методите на агрегирането и смущенията.

И в трите групи методи изходната постановка е различна, но резултатите не винаги са различни. По същество при редукцията на модела се решават две задачи: избор на критерий за редукция и оценка на редуцирания модел.[151]

Основната идея за агрегирането се състои във възможността математическото описание S_1 на системата чрез дадено множество от променливи да се сведе до свито (обобщено, агрегирано) описание S_2 на системата, което използва по-малък брой променливи. Обикновено S_2 се нарича агрегиран модел на S_1 и съответно променливите в него се определят като агрегирани.

Нека описанието S_1 на системата е:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{1.39}$$

Където x(t) е n–мерен вектор на състоянието,а агрегирания модел S_2 е:

$$\dot{z}(t) = \overline{Az}(t) + \overline{Bz}(t) \tag{1.40}$$

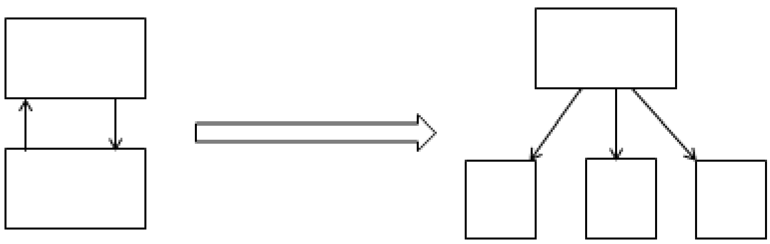
Тук z(t) е k–мерен вектор на агрегираното състояние, k<n.

Задачата на агрегирането е как да се намери моделът (), който да представя адекватно (). За системи описани в пространството на състоянията, са разработени три групи методи: на точното агрегиране, на модалното агрегиране и на непрекъснатите части.[151]

1.5. Формализация на йерархични системи за управление (ЙСУ).

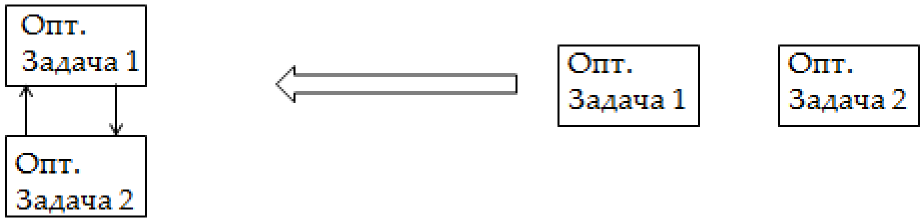
С формалния апарат на декомпозицията се извеждат не само модели, но се дават и конкретни решения за начина на функциониране на ЙСУ. Чрез известните декомпозиращи подходи – намаляване на размерността на аргумента и/или ограниченията, са изведени точните зависимости и връзки, определящи структурата на ЙСУ, работата на отделните й компоненти и взаимодействието между тях.[147]

Теорията на йерархичните системи използва декомпозиция, разделя долната задача на няколко подзадачи. Фиг. 1.9.



Фиг. 1.9. Декомпозиция на оптимизационни задачи

Изследователският подход в дисертационната работа е композиция на оптимизационни задачи. Фиг. 1.10.



Фиг. 1.10. Композиция на оптимизационни задачи.

1.5.1 Декомпозиция като метод за формализиране на работата на ЙСУ

Невъзможността задача (1.41), осигуряваща оптимално управление, да се реши директно и да се реализира с централизирано управление определя основния момент от синтези на ЙСУ. Синтеза се състои в разделянето на задача (1.41) на подзадачи фиг., такива че съвкупното им решаване да доведе до решение на изходната задача (1.41) и съответното разпределение на подзадачите по нива и елементи (подсистеми).

$$minF(x) \tag{1.41}$$

$$x \in S,$$

$$x = (x_1 \ldots\ldots x_n),$$

Математическата обосновка на това разделяне дават методите на декомпозиция на този клас задачи.

Основната идея за използването на методите на декомпозицията е да се реши изходната задача (1.41) чрез решаване на няколко по-прости задачи от вида:

$$\min f(x_i, \tau) \tag{1.42}$$

$$x_i \in S_i(\tau)$$

i= 1, *l*, където *l* е брой на декомпозираните задачи

тук τ се определя от т. нар. координираща задача

$$\min w(\tau), \quad \tau \in \eta \tag{1.43}$$

Необходимо е решенията на (1.42) да са решения и на (1.41), т. е.

$$arg\ (1.42) = arg(1.41) \tag{1.44}$$

По-голямата простота на задачите (1.42) и (1.43) в сравнение с (1.41) се оценява въз основа на характеристиките на този клас задачи:

- По-малка размерност на аргумента $n_i < n$
- По-малка размерност на дефиниционната област $m_i < m$
- По-прост аналитичен вид на f и S_i в сравнение с F и S

Като следствие изискванията към методите за решаването на (1.42), както и към съответните технически средства, на които ще се решават, са по-малки.

Съгласно основните характеристики на класа задачи (1.41), методите за декомпозиция се разделят на:

- Методи намаляващи аргумента;
- Методи намаляващи размерността на дефиниционната област
- Методи, използващи вида на F и S.

Следователно математическата природа на декомпозицията като метод може да се използва за формализиране на начина на работа на ЙСУ. [147]

1.5.2. Видове декомпозиционни методи

Разглеждат се и се изследват някои основни декомпозиционни подходи и възможностите им при ЙСУ.

Методите целящи намаляване на размерността на дефиниционната област. Тези методи целят намаляване на размерността на дефиниционната област на изходната задача (1.41), чрез дефиниране на подзадачи, които имат размерност на дефиниционната област m_η, по-малка от тази на задачи (1.41), т. е $m_\eta < m$. Тези методи се делят на:

- Метод за релаксация на ограниченията
- Минимаксни двойствени задачи с използване на множителите на Лагранж

Методи целящи намаляване размерността на аргумента. Тази група цели намаляване на размерността на аргумента чрез декомпозиране на изходната задача (1.41) на подзадачи с размерност на аргумента n_η, по-малка от тази на (1.41) [147]. Тези методи се делят на:

- Метод на определяне на ограниченията.
- Декомпозиционен алгоритъм на Бендерес.
- Метод с разпределение на ограниченията .

1.6. Предимства и недостатъци на йерархичните задачи за оптимизация

1.6.1. Предимства на йерархичната задача спрямо класическа задача за оптимизация

От формална гледна точка, оптимално решение x^{opt} на оптимизационна задача

$$\min_x f(x,a) \qquad 1.45$$

$$g(x,a) \leq 0\ ;\ y \in S_x(x,y)$$

е дефинирано като стойността на вектора x^{opt}, който покрива условията за минимизация на целевата функция f (.) запазвайки изпълнението на ограниченията g (.)

$$f(x^{opt},a) \leq f(x,a) \qquad \forall x \in g(x,a) \leq 0 \qquad 1.46$$

$$g(x^{opt},a) \leq 0$$

където x е вектор на n компоненти, $x^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; f е целевата функция която трябва да бъде минимизирана; и g е група от m неравенства, $g^T = (g_1, g_2, \dots, g_m)$.

В задача (1.45), вектора a дефинира параметри за ограниченията g. Тези параметри са предварително дефинирани и известни по стойност оптимизационната задача.

Стойностите на параметри a не са част от оптималното решение x^{opt} .Оптималните решения x^{opt} са оптимални само за конкретната оптимизационна задача (1.45). Множеството параметри a не се получават като решения на изходната оптимизационна задача (1.45), а са предварително определени на база други разглеждания.

Йерархичната оптимизация дава възможността да се увеличи системното съдържание на оптимизационната задача. (виж Таблица 1.1). Формално това означава, че чрез йерархичен модел се отчитат допълнителни целеви функции, отчитат се повече ограничения в задача, увеличава се пространството на аргумента *x* и повече параметри на обекта се намират като оптимални решения. При класическа оптимизационна задача от вида (1.45) оптималните решения *x* се получават при известни стойности на параметрите *a.* Йерархичният модел позволява част от параметрите *a* да се дефинират като решения *x* на оптимизационната задача. Така повече параметри на системата се получават като оптимални решения. Следователно чрез йерархичен модел може да се намали количеството параметри *a*, които се предполага, че са предварително дадени като известни аргументи и аргументът *x* увеличава размерите си.[129]

Прилагането на йерархичната оптимизация позволява да се дефинира нова оптимизационна задача. Тя притежава разширен размер на аргументи като (x^{opt} , y^{opt}). Разширението на аргументите е желателно, защото позволява да се намерят повече параметри на обекта като оптимални стойности. Методологическите затруднения за решаване на йерархични задачи не позволяват дефиниране и решаване на такива сложни задачи.

В класически случай на оптимизационна задача само част от системните характеристики на изследван обект *x* се получават като оптимално решение. [129]

Решението на йерархичната оптимизационна задача, притежава повече характеристики на изследван обект.

Аргументите на йерархичната задача включват аргументите на координиращата и долната задача Б, така решението на горната оптимизационна задача играе роля на параметър за долната йерархична задача и обратно.

Горна Оптимизационна задача А	Долна Оптимизационна задача Б
$\min_x f_A(x, y)$	$\min_y f_Б(x, y)$
$g_A(x, y) \leq 0$	$g_Б(x, y) \leq 0$

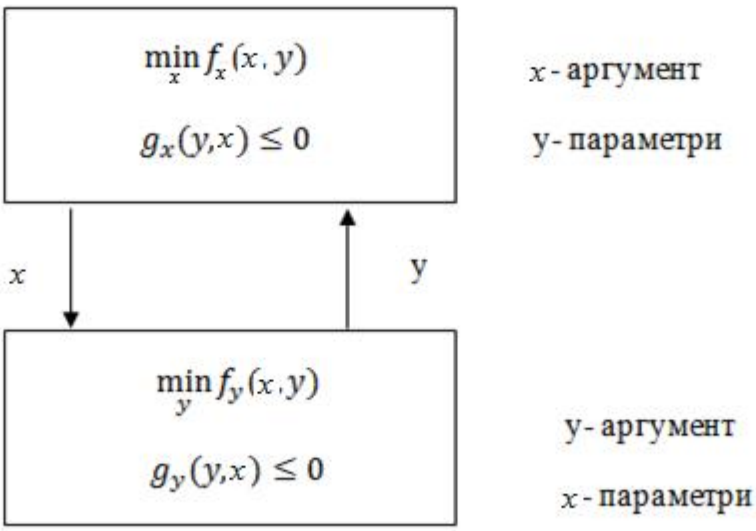
Таблица 1.1

Аргументите x на задача А определят параметри в задача Б, тъй като y са аргументи на Б. Обратно аргументите y на задача Б са параметри на задача А.

За йерархична оптимизация е предимство да се свържат двете оптимизационни задачи – А и В. Резултата от свързването е намирането на решението на двете задачи, като решенията са взаимноопределящи, формализирани от минимизацията на f_{A} и f_{B}. Тези решения трябва да са удовлетворяващи и двете групи ограничения g_{A} и g_{B} и да увеличават стойностите на оптималните решения (x^{opt}, y^{opt}). Йерархичната оптимизационна задача се изпълнява от разширението на задача (1.45), така че повече системни характеристики да са оценени като оптимални решения и по-малко от тях са предварително зададени като параметри.

Удовлетворява се на минимум повече от една функция, f_{A} и f_{B} в сравнение с класическата оптимизация, където има само една целева функция $F(x)$. При йерархичната оптимизация се удовлетворяват повече от една целева функция, но в йерархичен порядък: първо най-горната целева функция, а след това целевите функции на долните йерархични нива.

Методологическият проблем е как да се свържат такива оптимизационни задачи и да се реши новата оптимизационна задача. За тази цел, се използва координация с предсказване. Този модел позволява определянето и решаването на йерархичните оптимизационни задачи. Фиг.1.11.[129]



Фиг. 1.11. Решаване на йерархични оптимизационни задачи

Оптимизационните задачи от ниско ниво оптимизират стойността на y, като използва *x* като константа. Но *y* въздейства на задачите от горното ниво, където y се използва за предварително зададен параметър. Стойността на *x* се оптимизира от горната оптимизационна задача, като използва *y* като константа. [77]

Цялостната йерархична оптимизационна задача дава аргументите *y* и *x* като оптимални решения. Тя оптимизира системното управление към двете целеви функции f_y, fx като удовлетворява интегрираните ограничения g_y, gx.

1.6.2. Недостатъци на йерархичните оптимизационни задачи

Теорията и практиката на големите промишлени, транспортни, съобщителни, енергийни и др. системи се развива непрекъснато в резултат на новите знания,техника, технология и организация, на разширяващата се обществена потребност. Многобройни изследователски и инженерни колективи решиха множество сложни задачи, създадоха високоефективни съвременни системи за управление на широк клас обекти в различни области на човешката дейност. Заедно с това останаха много бели полета и се появиха много нови проблеми в сферата на анализа, синтеза, проектирането, управлението, експлоатацията и развитието на тези системи.

Всяко описание на големи системи за управление се натъква на общо поне на следните три трудности:

Първа трудност. Описанието на всяка система трябва да бъде представено от гледна точка на йерархичността като количествено изразяване на нейните цели и задачи. Оттук трудността е в нееднозначната трансформация на описанието на целите и задачите от качествени ниво на естествения език, на количествено ниво на формалния език, на търсенето на количествена мярка за достигане на целта на системата , resp. на подсистемите, за координация между тях и т. н.

Втора трудност. Информационните процеси във всяка система нееднозначно се представят на формален език поради потребността от обработването на информация от различни йерархични нива, често на различни езици поради необходимостта от конструиране на съответна прогноза за състоянието на долното ниво и за

„намеренията“ на горното ниво, поради непълнотата и недостоверността на получената информация и т. н.

Трета трудност. Във всяка система е необходим избор и (или) конструиране на критерии за управление, за оценка на взетите решения, които да измерват и различни класове неопределеност, субективни и неформализуеми фактори и т. н. [151]

Трудно се решават тези задачи, защото трябва да се търсят глобални оптимуми.

- Прилагат се итеративни изчисления, които забавят получаването на решението на задачата. Това ограничава областта на приложение на йерархичната оптимизация до практически случаи на off-line оптимизация- проектиране, синтез, off-line вземане на решения, но не и за real-time управление.

Съществуват разработки за ускоряване на решаването на йерархични задачи за оптимизация. Те се свеждат до намаляване на итерациите за изчисление до две. Използван е термин „неитеративна координация“. [124]

1.7. Алгоритми и задачи от потоци в мрежи, използвани в оптимизационните задачи

1.7.1. Използвани алгоритми в оптимизационните задачи

- Simplex algorithm – Намира решение, чрез ограничаване на потока между два възела в мрежа. [65, 104, 108,139, 156]
- Ford – Fulkerson algorithm- Идеята на този алгоритъм е сравнително проста: докато има път между начална и крайна точка с наличен капацитет във всяко ребро по пътя, се прокарва поток по един от тези пътища. После се търси друг път и т.н.[1, 12, 28, 52, 72, 156]
- Edmonds- Karp algorithm- Базира се на алгоритъма на Форд- Фулкерсон. [37,72, 130, 131, 156]
- Dinitz blocking flow algorithm- Намира решение, чрез изграждане на наслоени графове. [12, 47, 52, 143]

- General push-regulber algorithm- По време на изпълнението си, алгоритъмът поддържа "preflow" и постепенно го превръща в максимален поток, чрез придвижване на потока локално между съседни възли, като използва „push“ операции за допустимата мрежа. [2, 3, 21, 22, 55, 56]

1.7.2. Видове оптимизационни задачи в мрежови системи

- Задача за най-къс път- Намира най-късия път между два върха в мрежа. [27, 64, 106, 158]
- Задача за максимален поток - Намира възможен поток в мрежа с един начален и един краен възел, който да е максимален. [1, 27, 47, 55, 131]
- Задача за минимално потокоразпределение - Намира най-евтин път за прокарване на даден поток по мрежата. Тази задача се различава от намирането на максимален поток по това, че има цена за изпращане на поток по дадено ребро. [1, 52, 64, 65, 106]
- Задача за назначения - Базирана е на задачата за минимално потокоразпределение. [10, 16, 17, 27, 53, 67, 97]

Методи за оптимизация и оптимизация в йерархичните системи са разработвани и оценявани в [161, 162]

1.8. Цели на дисертацията

Целта на дисертационната работа е да се разработи формален модел и алгоритми за неговото прилагане при решаване на изследователска задача за интензифициране на железопътните пътнически превози на пример на участък от Републиканската Транспортна Схема;

Обект на изследването е клас интегрирана транспортна система изпълняваща пътнически превози с автобусен и железопътен транспорт на участък на Републиканската Транспортна Схема.

Използва се двуйерархичен модел за оптимизация на железопътните пътнически превози. Създава се алгоритъм за управление, който използва координация с предсказване, задачата от горното ниво е за намиране на максимален поток, а задачата от долното ниво е за намиране на потокоразпределение с най-ниска цена.

При разработване на дисертационното изследване са поставени и решавани следните задачи, които конкретизират целите на дисертационната работа:

- разработване на йерархичен модел за управление на интегрирана транспортна система. Моделът трябва да дава приоритет на железопътните пътнически превози в сравнение на автобусния транспорт;

- йерархичният модел да използва предимства на йерархичния подход като се приложи изследователски подход за композиране на йерархичния модел чрез взаимно свързани оптимизационни задачи;

- разработване на алгоритъм за количествено определяне на параметрите на йерархичната задача за управление в условия на ограничени изходни данни за пътническите превози;

- дефиниране и решаване на йерархичната оптимизационна задача и оценка на получените решения;

- приложение на йерархичния модел за управление в практическа инженерна задача.

В следствие дефинирането и решаването на този клас йерархична задача за управление се очаква да се разшири областта на приложение на йерархичната оптимизация в областта на управление на клас интегрирани транспортни системи.

1.9. Изводи

Направен е анализ на йерархичния модел, прилаган за решаване на оптимизационни задачи. В дисертационния труд е прието, че за целите на управлението е необходимо да се дефинира и решава съответна оптимизационна задача. В настоящото изследване е прилаган йерархичен модел на оптимизация, поради потенциални предимства на йерархичната в сравнение с класическата оптимизационна задача. Показано е, че йерархичния модел позволява да се отчетат повече от една целеви функции при оптимизацията; да се отчита повече ограничения при оптимизацията; да се получават повече параметри на обекта за оптимизация като оптимални решения. Прилагането на йерархичен модел е ограничено поради методологически трудности за решаване на този клас задачи. Затова актуално и перспективно направление за йерархичната оптимизация е дефинирането на йерархични модели, включването им в задачи за оптимизация и прилагането им в практически случай на управление, синтез, вземане на решения.

Целта на глава първа бе да направи обзор на постигнатото в областта на йерархичните оптимизационни задачи и да очертае насоките за експерименталната част на настоящето дисертационно изследване. В тази връзка бяха разгледани особеностите на модели на йерархичната оптимизация. Описани бяха и различни приложения на йерархичната оптимизация, както методи за решаване на йерархичните задачи.

Задачите за йерархична оптимизация са перспективно и ново средство за постигане на оптимални решения при разработване и управление на инженерни задачи и системи. Дисертационната работа разработва нова задача за йерархична оптимизация, с което показва полезността на този тип формализъм и разширява областта на приложение на йерархичните модели за оптимизация при управление и интензифициране на използването на вид транспортни системи.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТВАНЕ НА ЙЕРАРХИЧЕН МОДЕЛ ЗА УПРАВЛЕНИЕ И ПОДГОТВОКА НА ДАННИ ЗА ОПТИМИЗАЦИОННАТА ЗАДАЧА

2.1. Определяне на клас интегрирана транспортна система от автобусни и железопътни пътнически превози

Транспортът играе ключова роля за развитието на всяко модерно общество, като средство за икономическо развитие и предварително условие за постигане на социална и регионална кохезия. Транспортният сектор на България е от изключителна значимост за повишаване конкурентоспособността на Националната икономика и за обслужване на населението. Развитието на транспортния сектор е от съществено значение за утвърждаването на външнотърговските връзки на страната и на туризма.

Като цяло, през последните години нуждите от транспортни услуги – товарни и пътнически се увеличават, като успоредно с това се повишават изискванията към тяхното качество. В този смисъл, целта на Министерството на транспорта, информационните технологии и съобщенията е да създаде законови и икономически условия за предоставянето на обществени транспортни услуги и съответната инфраструктура, които да отговорят на очакванията на потребителите.

Добре изготвената и успешно прилагана транспортна политика и управление допринася за повишаване качеството на човешкия живот. В световен план съществуват много примери за успешно приложени мерки за развитие и модернизация на транспортните системи. Стъпка в правилната посока е изготвянето на механизми за повишаване ефективността на транспорта, при съблюдаване на принципите за неговото устойчиво, сигурно и безопасно развитие, отговарящо на изискванията на потребителите.

Железопътният транспорт е основен елемент от националната транспортна система и неговото развитие в посока интеграция в европейските транспортни системи оказва съществено влияние върху цялостното развитие на икономиката в Република България.

Преструктурирането на железопътния сектор е в съответствие с политиката на Европейския съюз за интеграция на транспортния сектор в общността, предвид необходимостта от подобряване на ефективността и конкурентоспособността на железопътния транспортен сектор.

Българската железопътна мрежа заема стратегическо място в Европейската железопътна система, като по-голямата част от мрежата попада в обхвата на Трансевропейската транспортна мрежа. Развитието на железопътния сектор на Република България следва да създава необходимите условия за икономическото и социално развитие на страната, да осигури ефективен и устойчив транспорт и да подпомага балансираното регионално развитие.

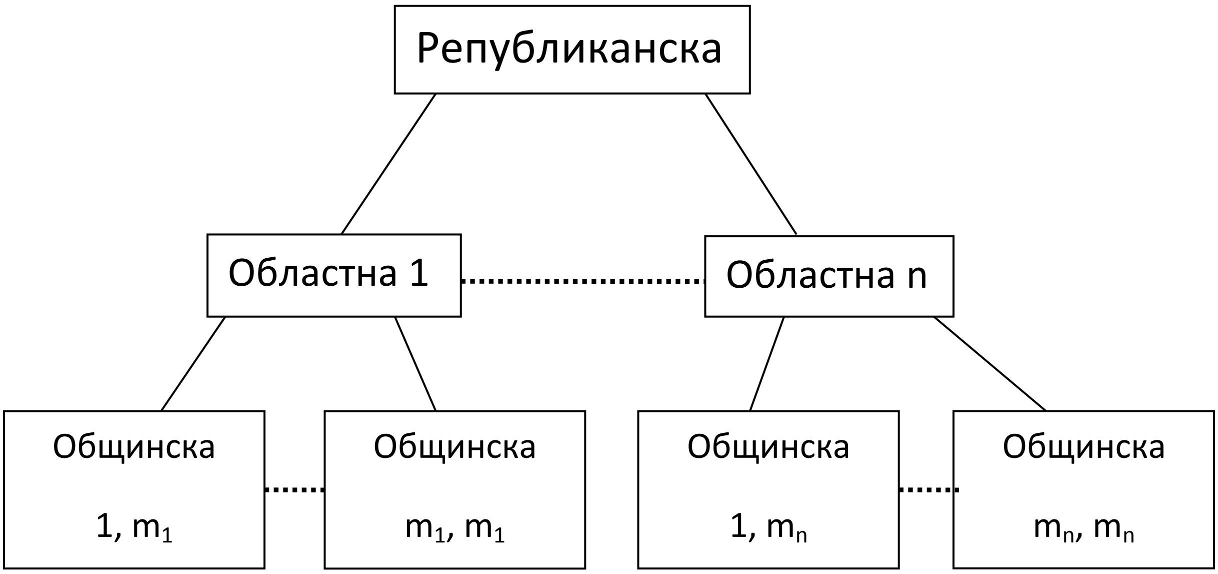
Разработването и прилагането на настоящата задача ще допринесе за финансовото стабилизиране на дружествата от сектора, както и за утвърждаването на железопътния транспорт като предпочитан от населението вид, удобен и щадящ околната среда.

2.1.1. Функции и ограничения на БДЖ-ПП

Тази формулировка цели да отрази ограничения, които произтичат от следните дадености:

- БДЖ-ПП може да подобри предоставяните услуги чрез съществено увеличение на инвестиционен ресурс. Такъв ресурс БДЖ-ПП самостоятелно не може да осигури чрез отчисления от експлоатацията на железопътния парк. Затова е необходимо да се реализира държавна политика, която да позволи железопътния пътнически транспорт да стане основно средство и гръбнак в Републиканската Транспортна Схема. Настоящата дисертационна работа предлага едно възможно решение за реализиране на такава държавна политика. Като следствие от провеждането на такава политика ще се изпълнят изисквания и постигане на съответствие с Европейски директиви (DIRECTIVE 2010/40/EU OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL of 7 July 2010 on the framework for the deployment of Intelligent Transport Systems in the field of road transport and for interfaces with other modes of transport) за намаляване на замърсяванията от газове и усъвършенстване на логистични услуги чрез интензифициране на железопътни превози.
- БДЖ-ПП функционира съвместно с автобусен парк за междуградски превози. Те заедно реализират т.н. Републиканска Транспортна Схема (РТС). РТС

функционира и се управлява съгласно нормативен документ „Наредба №2 за условията и реда за утвърждаване на транспортни схеми и осъществяване на обществени превози на пътници с автобуси, 2006г./2011г.изменения”. Нормативно РТС има йерархична структура, формирана от транспортни услуги на Общинско, Областно и Републиканско ниво. Фиг.2.1.



Фиг.2.1 Структура на Републиканската Транспортна Схема

- Наредба 2 чрез своя Комисия одобрява издаването на автобусни лицензи за пътнически превози на автобусни превозвачи. Член на Комисията е и представител на БДЖ-ПП. Така БДЖ-ПП може съществено да влияе на структурата и измененията в пътникопотока с автобусни превози по РТС.
- Понастоящем БДЖ-ПП не разполага с цялостна информационна система, която да следи пътникопотоците в участъците на РТС, поддържани от железопътен транспорт. Това ограничение не позволява да се отчитат съществуващи пътникопотоци по РТС и да се разработи модел за интензифициране на железопътните пътнически превози с данни на реален, съществуващ пътникопоток. Разработеният математически модел трябва да преодолее това ограничение на отсъствие на изходни данни за пътникопоток и да предостави нови възможности за оценка и интензификация на железопътните пътнически превози.

- Разработваният математически модел дава възможност за реализиране само на мероприятия, които са във възможностите на БДЖ-ПП и не изискват нови инвестиционни ресурси.

При отчитане на тези обективни ограничения, се разработи модел, който количествено оценява потенциала за превозване на пътници по съществуващата Републиканска Транспортна Схема. Моделът позволява да се оценят поотделно капацитетните възможности за превоз на пътници на железопътен и автобусни превози, да се предложат решения за интензифициране на железопътните пътнически превози, да се преструктурира РТС. Тези решения не са свързани със значителни инфрасруктурни инвестиции, което е предпоставка за реално използване и приложение на решенията за управление на пътникопотока в полза на железопътния превоз.

2.1.2. Създаване на математически модел за оптимизиране и управление на железопътни пътнически превози за избран участък от Републиканската Транспортна Схема

В тази глава е представен математическият модел, чийто алгоритъм за управление интензифицира използването на железопътни пътнически превози. Той използва постановки, използвани и прилагани при йерархична оптимизация.

Разработването на математическия модел и алгоритъм за управление и интензифициране на пътническите железопътни превози за Републиканската Транспортна Схема е изпълнявано в следната последователност:

1. Създаване на графова структура за пътнически превози по транспортната система София-Варна(ГО);
2. Дефиниране и определяне на количествени параметри, определящи капацитета на линиите в транспортната система.
3. Разработване на количествен метод за оценка за потенциала на пътнически превози
4. Прилагане на класическа оптимизационна задача за намиране на максималния поток, за транспортната система от София до Варна.
5. Модифициране на класическата оптимизационна задача за определяне на максималния поток, чрез експертни промени в оптимизационната задача

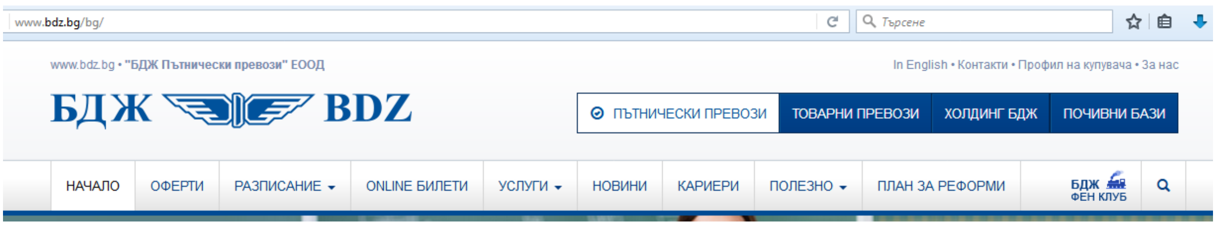
6. Прилагане на двуйерархичен метод за определяне на максималния поток и приоритетно потокоразпределение за ж.п.

2.2. Алгоритъм за определяне на параметри за оптимизационната задача в условията на ограничени изходни данни

В този параграф се проектира граф по републиканското направление София-Варна (през Горна Оряховица). Графът отчита съвместните пътнически превози по това направление с автобуси и влакове. В резултат от формализирането на обекта, задачата е доведена до структура на граф и определяне на неговите параметри. Дисертацията не работи в теория на графите, които имат развит формален апарат. Тази задача е възможно да намери друг подход за интензифициране на железопътен транспорт, но в Дисертационната Работа е избран подход за използване на формален апарат от теория на йерархичните системи. Повече за мрежови потоци може да се види в [47, 160]

2.2.1. Елементи на графа, съответстващи на железопътни превози от София до Варна (ГО)

Данните за създавания граф за пътническите превози, реализирани от железопътния транспорт са взети от сайта на БДЖ-ПП за влакови разписания www.bdz.bg , фиг.2.2.



Фиг.2.2. Изходни данни за разписанието на влаковете, www.bdz.bg

Върховете от графа, през които минава железницата, съответстват на градовете, където има спирки на влака. След обработване на данните за влаковите разписания, в графа на маршрута София-Варна (ГО) са включени градовете, показани на таблица 2.1.:

№	Град	№	Град
1	София	10	Мним възел
2	Мним възел	11	Търговище
3	Мездра	12	Мним възел
4	Плевен	13	Шумен
5	Левски	14	Мним възел
6	Горна Оряховица	15	Велико Търново
7	Стражица	16	Антоново
8	Мним възел	17	Варна
9	Попово		

Таблица 2.1. Обозначение на върховете на графа

Мнимите точки са въведени, за да се дефинира самостоятелна дъга, обслужвана само от железопътен или само от автобусен превоз.

Избраната номерация на върховете има точно географско положение със спирките на влака в изброените градове. В тази номерация са включени и т.н. „мними точки”. Те са поставени, за да се отдели железопътния от автобусния транспорт. Например т.3 е поставена за железопътния транспорт, тъй като съществуват автобусни линии, които паралелно с железопътния транспорт обслужват превози между София и Мездра.

Аналогично е отделянето на железопътния транспорт в точки:

- т.8 за Стражица – Попово;
- т.10 за Търговище – Шумен;
- т.14 за Шумен- Варна.

В тези участъци паралелно на железопътния транспорт се осъществяват и автобусни превози. В дисертацията графът на транспортните превози е наименован „транспортен граф“.

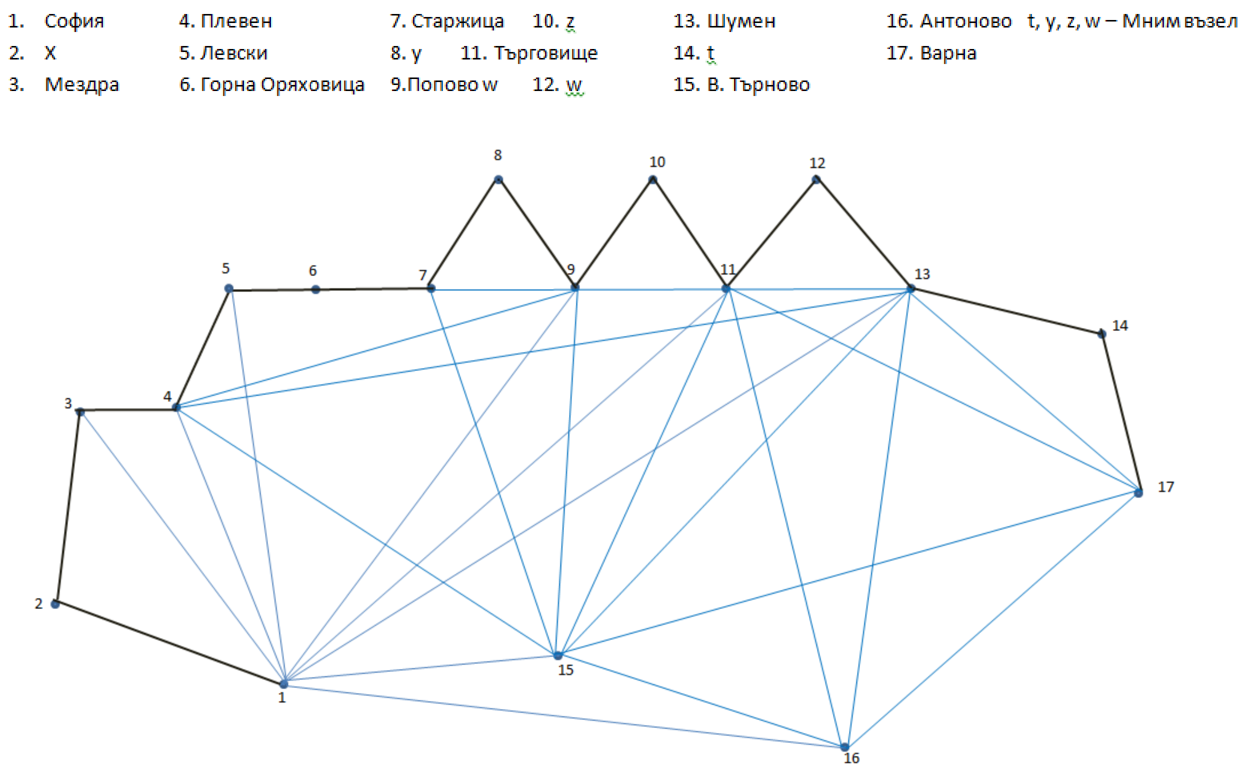
2.2.2. Елементи на графа, съответстващи на автобусни превози пресичащи отделните участъци на железопътния транспорт от София до Варна (ГО)

Автобусните превози изпълняват пътнически превози както за цялата дестинация от София до Варна (ГО), така и за отделни участъци по тази железопътна линия. Необходимо е да се идентифицират всички автобусни линии, които преминават и спират през възловите точки на графа, дефиниран от железопътната линия между София и Варна (ГО). Това означава, че трябва да се определят всички автобусни линии, независимо от своята начална и крайна дестинация дали преминават през градовете, дефинирани от железопътната линия София-Варна (ГО). Така всички автобуси, които преминават поне през два от върховете на железопътния граф София, Мездра, Плевен, Левски, Г.Оряховица, Стражица, Попово, Търговище, Шумен, Варна изпълняват паралелни превози с железопътния транспорт и тези автобусни участъци трябва да се включат в общата графова структура на пътническите превози.

За определяне на автобусните линии, които изпълняват паралелни превози по всички участъци от железопътния граф на линията София-Варна (ГО) са използвани данните за издадени лицензи за автобусни пътнически превози от Изпълнителна агенция „Автомобилна администрация”,
http://rta.government.bg/index.php?page=scategories&scategory=otrts

Автобусни превози, които имат пресечни точки с железопътния граф между София и Варна (ГО) включват допълнително и градовете Велико Търново (т.15) и Антоново (т.17).

Общият граф на пътническите превози за дестинацията София – Варна (ГО) е представен на фиг.2.3.



Фиг.2.3. Общ граф на пътническите транспортни превози с автобусен и железопътен транспорт, София-Варна(ГО)

Определянето на структурата на графа е представено в следващия параграф. Там е оценена и пропускателната способност на всяка дъга в този граф, като се отчитат разписанията на автобусните и влакови линии. [152]

2.3. Количествена оценка на пропускателните способности за пътнически превози

2.3.1 Постановка

Капацитетните възможности (условни пропускателни способности) на отделните дъги в графа трябва да бъдат оценени и определени. Реалистичен подход е за пропускателни способности на дъгите в мрежата да се използват данни за пътникопотоци, определени от брой на продаден билети по направления. За съжаление, такива данни не са достъпни поради отсъствие на информационна система за продавани билети за железопътен транспорт в цялата страна. Ограничение е и липсата на данни за пътникопоток, който изпълняват частните автобусни превозвачи. При наличие и на други данни, свързани с капацитета на транспортния участък и/или на превозните средства, дефинираната задача за оптимизация може да бъде по сложна и отчитаща повече ограничения. Ограниченият обем от данни за текущите пътнически превози по направление София-Варна, изпълнявани от автобусен и железопътен транспорт влияят и определят вида на дефинираните модели и решавани оптимизационни задачи.

Поради ограничен вид и обем на изходни данни за режимите на работа на интегрираната транспортна система в това изследване се приема, че ще се оценят пропускателните способности на всяка дъга в транспортния граф, представен на фиг.2.3. Тези пропускателни способности дефинират потенциала, капацитета на всяка дъга в графа, което определя максималния пътникопоток, който може да бъде транспортиран по съответната дъга.

Стойностите на „пропускателна способност” за различни видове системи се дефинира като:

- [обем литри/за единица време]- при системи за пренос на флуиди;
- [брой съобщения/за единица време] – при комуникационни системи;
- [брой коли/за единица време] – при управление на градски трафик.

Представените примери определят, че величината [1/време] дава стойността на условен поток без да се отчита физическото съдържание на потока.

В настоящото изследване се приема, че за потребителски критерий за пътуване се използва „минимално време на пътуване”, отнасящо се за автобусни и влакови пътувания.

Критерият „минимално време на пътуване” интегрирано отчита разстоянието на пътуване и скоростта на движение.

Количествената мярка за оценка на пътуването се въвежда с практическото правило: по- дълго пътуване е еквивалентно на по- малка пропускателна способност на транспорта по това направление.

Формално записано, използва се зависимостта:

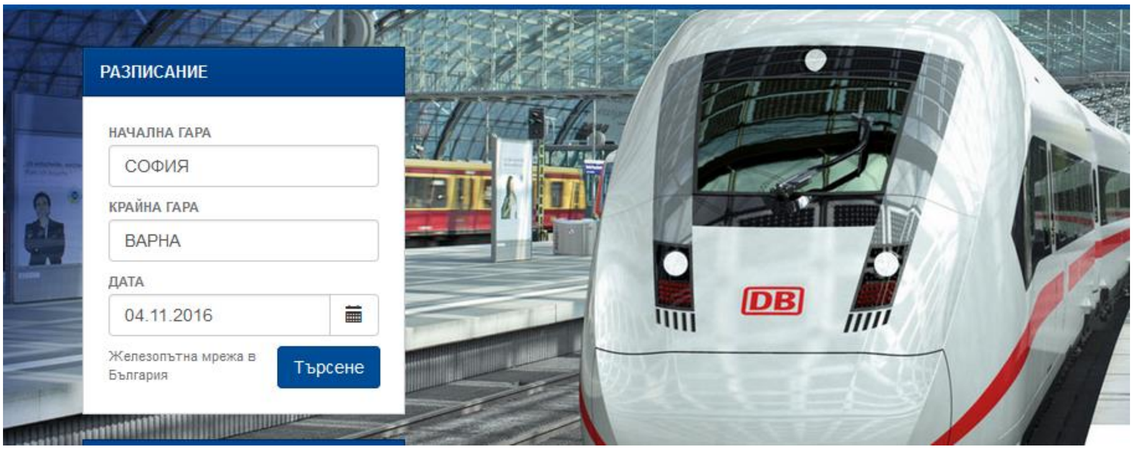
Мярка за оценка: по-дълго пътуване $\Rightarrow$ по-малка пропускателна способност на транспорта по това направление.

Количествената, аналитична оценка на тази мярка се въвежда с равенството:

Пропускателна способност (условна) =1/време за пътуване.

2.3.2. Оценка на пропускателните способности на дъгите на транспортния граф, принадлежащи на железопътния транспорт

Оценката на пропускателната способност на влака е направена с пример от дъгата в транспортния граф по направление София-Мездра. Използват се данните от разписанието на влака София-Варна (ГО), фиг.2.4.



Фиг.2.4 Изходни данни за разписанието на влаковете, www.bdz.bg

В настоящата дисертационна работа е разработен алтернативен начин за оценка на капацитета на транспортните връзки за пропускане на пътникопоток. Използват се реални данни за продължителността на пътуването по дадена транспортна дъга. Мотивите за ползването на данни за времетраене на пътуването по дадена дъга в графа произтича от желанието на пътниците да пътуват по-бързо по дадено направление. Пътниците и потребителите на транспортни услуги предпочитат по-бързото пътуване или продължителността на пътуването им да е по-малка. По този начин по-малкото време за пътуване между два възела дава повече предпочитания за пътуване в тази посока от пътниците. Освен това, продължителното време за пътуване е мерника за нисък капацитет за транспортиране на съответната връзка. По този начин транспортните пропускателни способности на отделните дъги в транспортния граф са силно свързани с времето за пътуване по тази връзка. За текущия случай е избрана проста връзка между времето на пътуване t_{ij} по дадена дъга на графа и капацитета/пропускателната способност на тази дъга v_{ij}:

$$v_{ij} = 1 / t_{ij} \quad i, j \in \mathrm{N} . \tag{2.1}$$

От разписанията на движение на влаковете и автобусите данните за времето за пътуване t_{ij} е известно. Следователно чрез зависимост (2.1) лесно се изчислява пропускателната способност на всяка отсечка в графа. Зависимост (2.1) може да бъде усложнена, като се отчитат и допълнителни фактори при пътуването, например разходите за пътуването. В този глава анализът на пропускателните способности на дъгите в транспортния граф е направен съгласно зависимост (2.1).

Оценката на пропускателните способности на дъгите, по които се осъществяват железопътни пътнически превози е направено по разписанията на влака София - Варна, взети от сайта на компанията БДЖ-ПП, www.bdz.bg, фиг.2.5.

Информация за влак

Влак	За дата	Коментар
2601	02/11/2016	

Гара/Спирка	Пристига	Заминава
СОФИЯ	--	06:40
МЕЗДРА	08:13	08:15
ЧЕРВЕН БРЯГ	08:51	08:52
ПЛЕВЕН	09:33	09:34
ЛЕВСКИ	10:03	10:04
ПАВЛИКЕНИ	10:19	10:20
ГОРНА ОРЯХОВИЦА	10:45	10:50
ПОПОВО	11:36	11:37
ТЪРГОВИЩЕ	12:06	12:07
ШУМЕН	12:38	12:39
СИНДЕЛ РАЗПРЕДЕЛИТ.	13:39	13:40
ВАРНА	14:09	--

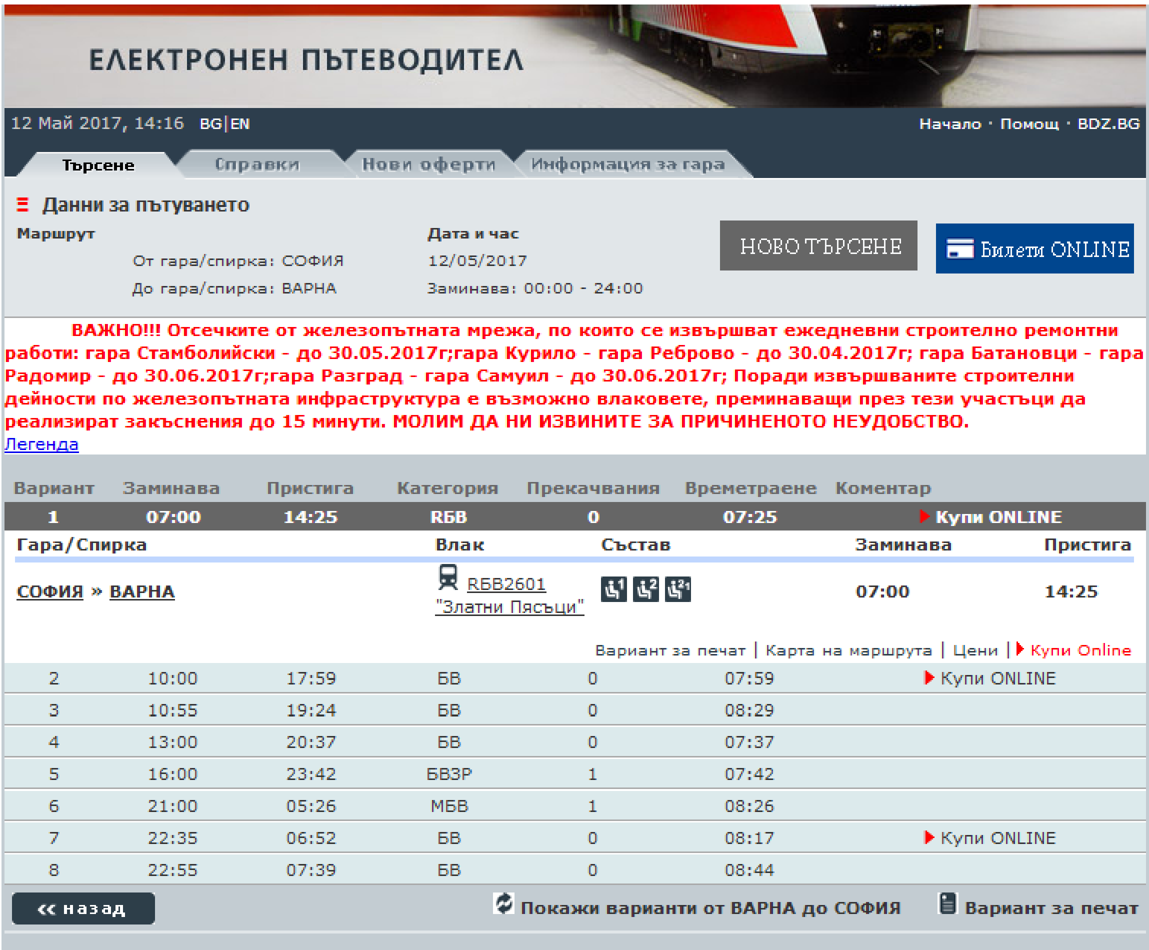
Състав

Copyright ©2005-2015 ИСТ **"БДЖ Пътнически превози" ЕООД**. Всички права запазени.

Печат Затвори

фиг.2.5. Разписания на влака София - Варна

За илюстриране на направени изчисления тук е приведен следния пример. Продължителността на пътуването по дъгата между първите два възела от фиг. 2.5, София-Мездра е 1 час и 33 минути (93 минути, от 6:40 до 8:13 часа). Съгласно зависимост (2.1) капацитетът на дъгата между тези два възела на мрежата е: 1/93 = 0.011 единици относителна пропускателна способност. Като се има предвид от дневното разписание на влаковете от София за Варна от сайта www.bdz.bg, че 5 влака преминават по тази дъга/дестинация, фиг.2.6, капацитетът за транспортиране ежедневно на тази дъга в транспортния граф е: 5 влака x 0.011 = 0.055 единици относителна пропускателна способност. Тази оценка отчита, че общата пропускателна способност на тази дъга в графа е сума от индивидуалните пропускателни способности на всеки преминал влак. Следователно, при нужда повишаването на пропускателна способност на дадена линия на графа може да се реализира чрез увеличаване на разписанията/брой преминали влакове по тази дъга на транспортния граф. [152, 153, 154]



Фиг.2.6. Разписание на 5 влака на ден по направление София-Варна (ГО)

Обща пропускателна способност на всички линии по даден маршрут е дефинирана като сума от отделните пропускателни способности и геометричната интерпретация е на съвкупност от тръби, като по всяка тръба се реализира единичен транспорт с влак, фиг.2.7.

Фиг.2.7. Геометрична интерпретация на общата пропускателна способност по направление за дъга на транспортния граф

Прилагайки този начин на оценка на капацитета на връзките за различните влакове по ежедневния график между София и Варна, бяха определени стойностите на капацитета на връзките, където резултатите са дадени на фиг. 2.8. Първият ред е изчисленият среден капацитет на всяка дъга в транспортния граф, поддържана от железопътен превоз. Тези данни са използвани при численото дефиниране и решаване на двунивота йерархична оптимизационна задача.

Фиг.2.8. Оценка на продължителността на пътуването и капацитета на връзките.

2.3.3. Оценка на пропускателните способности на дъгите на транспортния граф, принадлежащи на автобусния транспорт

Оценката на капацитета на линиите, където се осъществява автобусен транспорт използва изходни данни, представени в графиците на автобусните превози и публикувани от Изпълнителна Агенция Автомобилна Администрация. Тези данни са записани в EXCEL файлове и на фиг.2.9 е дадена илюстрация на вида на тези данни за продължителността на пътуването по дадена дъга на транспортния граф.

	М А Р Ш Р У Т Н О Р А З П И С А Н И Е				**№ 22201**		
		на автобусна линия		**СОФИЯ - СИЛИСТРА**			
			Изпълнява се целогодишно.				
			Изпълнява се с двама водачи.				
			Изпълнява се с два автобуса.				
Разстоя-ние (км.)	**Час,минути**			**М А Р Ш Р У Т**	**Час,минути**		
	Пристига	**Стои**	**Тръгва**		**Пристига**	**Стои**	**Тръгва**
			13.30	**София - Централна АГ**	**14.12**		
226.9	**16.48**	**15**	**17.03**	**Велико Търново - х-л "Етър"**	**10.39**	**15**	**10.54**
74.6	**18.43**	**5**	**18.48**	**Попово**	**8.54**	**5**	**8.59**
88.5	**21.03**	**5**	**21.08**	**Исперих**	**6.34**	**5**	**6.39**
31.7	**21.55**	**5**	**22.00**	**Дулово**	**5.42**	**5**	**5.47**
40.9	**22.42**			**Силистра**			**5.00**
Обща дължина			**462.6**	**км.** **Средна техническа скорост**		**53.2**	**км/ч**
Общо време за движение			**8.42**	**ч.мин.** **Средна съобщителна скорост**		**50.3**	**км/ч**
Общо време за пътуване			**9.12**	**ч.мин.**			

Фиг.2.9. Пример за график на автобусите

За определяне на пропускателната способност на дъгите в транспортния граф, където се изпълняват автобусни превози се използват данните за пътуване от фиг. 2.9 по следния начин. За примера на фиг. 2.9 автобусният превоз започва от София и дестинацията му е различна от гр. Варна. Но тази автобусна линия от София до Попово изпълнява транспорт на пътници, което се изпълнява и от железопътен транспорт по същото направление от София до Попово. Затова автобусните превози се отчитат само в частта им, до която те пресичат в някой възел железопътната линия на София – Варна. Следователно, пропускателните способности на дъгите в транспортния граф, поддържан от автобусни превози, се отчитат само до частите на мрежата, където автобусните връзки пресичат влаковите връзки. За случая от фиг. 2.9 тази пресечна точка е град Попово (ред 3 на фиг. 2.9). Това означава, че от София до Попово съществуват два начина на транспорт: с влак и с автобус. Затова в топологията на транспортната мрежа се добавя връзка от София към Попово, която се поддържа от автобусен транспорт. Транспортният капацитет на тази връзка е 5 часа и 18 минути или 318 минути (от 13:30 до 18:48 часа) или капацитетът на връзката за транспорт е 1/318 относителни единици. Чрез интегрирането на всички пропускателни способности на автобусните линии, които се изпълняват по едни и същи дъги на транспортния граф, се получава общата пропускателна способност на всяка дъга в графа. Изчисленията за средното време за транспорт по дъгите на транспортния граф, поддържани с автобусни превози, са представени на фиг. 2.10.

Фиг. 2.10. Оценка на средното време за пътуване между възлите на транспортната мрежа, изпълнявани с автобусен транспорт.

От първата линия на фиг. 2.10 се отчита автобусна линия, която преминава през София, Горна Оряховица, Търговище, Шумен. Времената за придвижване на автобусния транспорт е отбелязан върху дъгите на маршрута.

Втората линия от фиг. 2.10 е по линията София – Силистра. Там се отчитат времената между София - Горна Оряховица - Попово. Останалата част на маршрута на тази автобусна линия не се отчита, тъй като тя няма пресичащи се точки с железопътната линия от София – Варна (ГО).

Аналогично са добавени разписания от три автобусни линии, които покриват целия маршрут София - Варна (ГО). [153, 154]

2.3.4. Оценка на пропускателните способности на дъгите на пълният транспортен граф

Тази задача е голяма по обем и изисква значителен обем изчисления. Последователността, в която е изпълнявана тази задача е:

- Определят се всички пресечни точки на автобусните линии с тези от маршрута на железопътната линия София – Варна (ГО).
- Изчисляват се всички времена за преминаване на автобусни линии през върхове на пресичане с железопътната линия.
- Определя се общата пропускателна способност по дадено направление на автобусните превози.

Обобщените оценки за пропускателните способности на дъгите в транспортния граф, поддържани от автобусни превози са представени в табл. 2.2. По това направление минават 55 автобуса.

Табл. 2.2 Оценка на пропускателните способности по маршрутни линии на автобусен превоз за 2017г.

№ автобус	Автобусна линия	Пресичане с Ж.П	Време	Проп. способност
17101	София-Кубрат	София - В. Търново В. Търново–Попово	210 75	1/210 1/75
8101	София - Генерал Тошево	София - В. Търново В. Търново–Търговище Търговище- Шумен Шумен-Варна	233 109 63 95	1/233 1/109 1/63 1/95
17201	София-Разград	София – Плевен Плевен- Попово	152 163	1/152 1/163
27201	София-Шумен	София - В. Търново В. Търново–Търговище	278 106	1/278 1/106

		Търговище- Шумен	57	1/57
27301	София-Шумен	София - Шумен	437	1/437
27401	София-Шумен	София – Плевен Плевен - Шумен	165 280	1/165 1/280
27501	София-Шумен	София – Плевен Плевен- Шумен	180 537	1/180 1/537
19101	София-Дулово	София – Плевен Плевен- Попово	200 165	1/200 1/165
19201	София-Дулово	София - В. Търново В. Търново–Попово	232 106	1/232 106
19201	София-Силистра	София – Плевен	176	1/176
22104	София-Албена	София - В. Търново В. Търново -Шумен Шумен – Варна	220 140 100	1/220 1/140 1/100
22303	София-Добрич	София – В. Търново В. Търново -Търговище Търговище - Шумен Шумен – Варна	233 115 66 100	1/233 1/115 1/66 1/100
22401	София- Добрич	София – В. Търново В. Търново –Антоново Антоново -Търговище	233 50 60	1/233 1/50 1/60

		Търговище- Варна	161	1/161
22601	София-Добрич	София– В. Търново В. Търново -Търговище Търговище- Варна	238 161 59	1/238 1/161 1/59
28101	София-Добрич	София– В. Търново	210	1/210
15101	София-Белене	София – Плевен	210	1/210
15201	София-Белене	София – Плевен	165	1/165
15101	София-Белене	София – Плевен	150	1/150
15201	София-Плевен	София – Плевен	195	1/195
15101	София-Никопол	София – В. Търново В. Търново -Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	228 115 71 105	1/228 1/115 1/71 1/105
22201	София- Каварна	София – В. Търново В. Търново -Търговище Търговище- Варна	238 115 161	1/238 1/115 1/161
22103	София- Плевен	София – Плевен	180	1/180
22101	София- Разград	София – В. Търново В. Търново -Стражица Стражица – Попово	293 55 58	1/293 1/55 1/58
22201	София- Разград	София – В. Търново В. Търново – Попово	208 105	1/208 1/105
22301	София- Разград	София – В. Търново	233	1/233

22401	София- Русе	София – Плевен	154	1/154
22501	София- Русе	София – Плевен	186	1/186
22101	София- Шабла	София – В. Търново В. Търново Търговище Търговище- Шумен	228 111 71	1/228 1/111 1/71
22201	София- Шумен	София - В. Търново В. Търново –Антоново Антоново-Търговище Търговище- Шумен	195 25 75 80	1/195 1/25 1/75 1/80
22401	София- Силистра	София – В. Търново	238	1/238
22201	София- Силистра	София – В. Търново В. Търново -Попово	237 105	1/237 1/105
22301	София- Царево	София – В. Търново	300	1/300
22203	София- Свищов	София – Плевен	185	1/185
22101	София- Варна	София – В. Търново В. Търново -Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	238 110 76 90	1/238 1/120 1/76 1/90
22203	София- Варна	София - В. Търново В. Търново -Варна	310 200	1/310 1/200
22301	София- Варна	София – В. Търново В. Търново -Шумен Шумен – Варна	233 163 130	1/233 1/163 1/130
22402	София- Варна	София- Антоново	275	1/275

		Антоново- Варна	160	1/160
22505	София- Варна	София - В. Търново В. Търново - Антоново Антоново- Шумен Шумен – Варна	233 50 100 90	1/233 1/50 1/100 1/90
22602	София- Варна	София–- В. Търново В. Търново Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	208 125 71 90	1/208 1/125 1/71 1/90
22801	София- Варна	София – В. Търново В. Търново - Антоново Антоново- Варна	270 55 170	1/270 1/55 1/170
22901	София- Варна	София – В. Търново В. Търново - Антоново Антоново- Шумен Шумен – Варна	243 50 103 90	1/243 1/50 1/103 1/90
221101	София- Варна	София - В. Търново В. Търново -Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	208 125 71 90	1/208 1/125 1/71 1/90
221001	София- Варна	София – В. Търново В. Търново - Антоново Антоново- Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	238 55 70 71 90	1/238 1/55 1/70 1/71 1/90
4101	София-Елена	София – В. Търново	238	1/238
4201	София-Свищов	София – Плевен	188	1/188
3101	София- Бяла	София – Търговище Търговище- Шумен	331 67	1/331 1/67

		Шумен – Варна	81	1/81
3301	София- Бяла	София – Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	316 67 81	1/316 1/67 1/81
3101	София- Варна	София – В. Търново В. Търново -Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	238 125 71 83	1/238 1/125 1/71 1/83
3302	София- Варна	София – Плевен Плевен- Попово Попово- Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	156 156 58 59 71	1/156 1/156 1/58 1/59 1/71
3501	София- Варна	София – В. Търново В. Търново -Варна	238 186	1/238 1/186
3602	София- Варна	София – В. Търново В. Търново -Варна	232 190	1/232 1/190
3701	София- Варна	София– В. Търново В. Търново -Шумен Шумен – Варна	225 150 65	1/225 1/150 1/65
3801	София- Варна	София– В. Търново В. Търново- Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	238 125 71 83	1/238 1/125 1/71 1/83
3901	София- Варна	София – Плевен Плевен- В. Търново В. Търново- Търговище Търговище- Шумен Шумен – Варна	185 151 105 71 83	1/185 1/151 1/105 1/71 1/83
31101	София- Варна	София – В. Търново	238	1/238

		В. Търново- Шумен Шумен – Варна	171 83	1/171 1/83

Таблица 2.2.

2.3.5. Резултати от изчисленията на пропускателните способности на железопътния превоз.

След анализиране на разписанията на влаковете по линията София – Варна (ГО), оценката на общата пропускателна способност на дъгите в транспортния граф, поддържан от железопътен транспорт за 2017 г. е следния:

София – Мездра = 0,041 отн. единици

Мездра – Плевен = 0,05 отн. единици

Плевен – Левски = 0,123 отн. единици

Левски – Г. Оряховица = 0,0948 отн. единици

Г. Оряховица – Стражица = 0,1037 отн. единици

Стражица – Попово = 0,1061 отн. единици

Попово – Търговище = 0,1294 отн. единици

Търговище – Шумен = 0,1305 отн. единици

Шумен – Варна = 0,0413 отн. единици

Тези данни са нанесени като знаменатели по дъгите на транспортния граф, фиг. 2.10.

2.3.6. Резултати от изчисленията на пропускателните способности на автобусния превоз.

След изчисляване на пропускателните способности на дъгите от транспортния граф, определена от отделните автобусни маршрутни разписания за 2017г. и интегрирането им в общ капацитет на съответната дъга се получават следните резултати:

София – Мездра= 0,002 отн. единици

София –Плевен = 0,0861 отн. единици

София- Левски = 0,004 отн. единици

София – В. Търново=0,1557 отн. единици

София- Попово= 0,0031 отн. единици

София – Търговище= 0,0062 отн. единици

София – Шумен= 0,0023 отн. единици

София- Антоново = 0,0036 отн. единици

В. Търново–Попово = 0,0365отн. единици

В. Търново– Търговище= 0,1074отн. единици

В. Търново– Шумен= 0,0258отн. единици

В. Търново–Стражица = 0,0181 отн. единици

В. Търново–Варна = 0,0156 отн. единици

В. Търново–Антоново = 0,1364 отн. единици

Плевен-В. Търново = 0,0063 отн. единици

Плевен- Попово = 0,0186 отн. единици

Плевен- Шумен = 0,0054 отн. единици

Търговище- Варна = 0,0293 отн. единици

Търговище- Шумен =0,0237 отн. единици

Шумен – Варна = 0,2202 отн. единици

Антоново- Търговище = 0,0443 отн. единици

Антоново- Варна = 0,0121 отн. единици

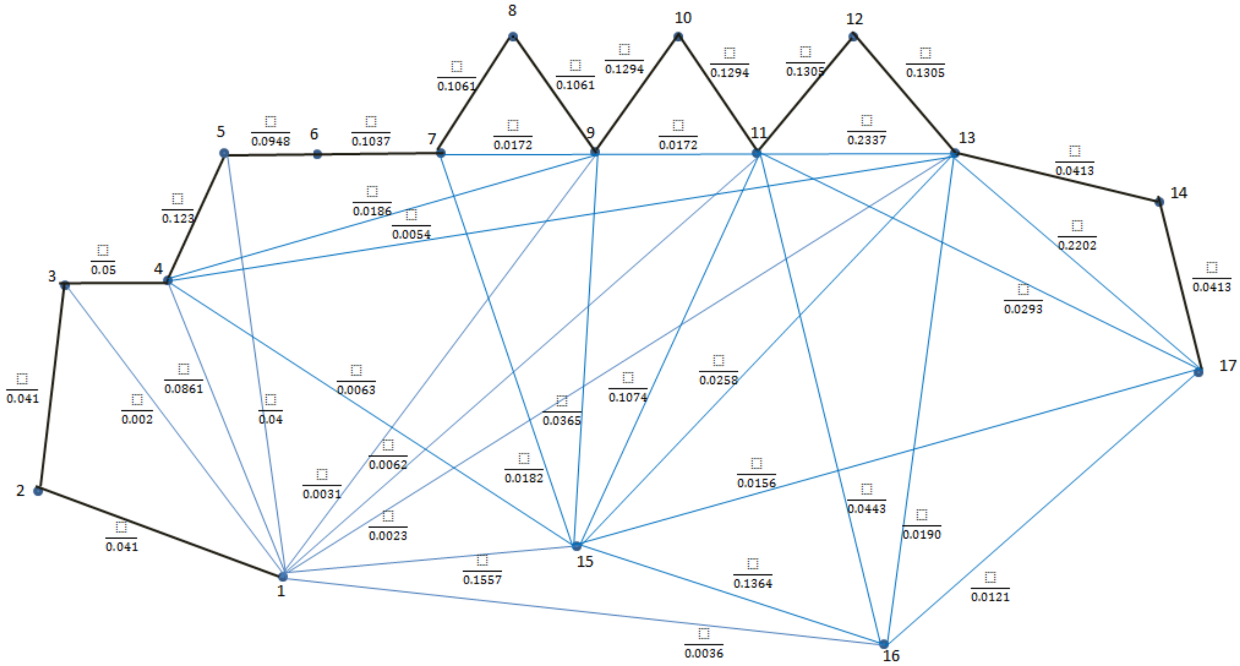
Антоново- Шумен = 0,0190 отн. единици

Стражица – Попово = 0,0172 отн. единици

Попово- Търговище = 0,0172отн. единици

Тези данни са нанесени като знаменатели по дъгите на транспортния граф, фиг. 2.11.

Тези средни стойности са получени като се анализирани 55 автобусни линии и техните разписания, определени са възлите, в които се пресичат автобусен и железопътен транспорт, оценени са времената на пътуване на всичките 55 линии по всички дъги на транспортния граф. Резултатите от изчисленията за определяне на пропускателните способности на дъгите на транспортния граф са представени на фиг. 2.11. Изчисленията са направени по данни за 2017 г. на разписанията на влакове и автобуси, влияещи на транспортните потоци между София и Варна.[159]



фиг.2.11. Обща графова структура на железопътния и автобусен превоз за 2017г.

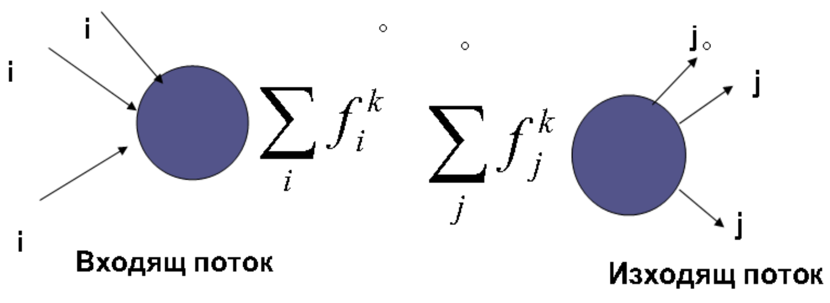
Видът на транспортния граф и нанесените пропускателни способности по дъгите на графа определят транспортна структура, която може да транспортира пътнически поток от София до Варна (ГО). Изследователският проблем при тази структура е да се намери максималната големина на транспортния поток, който може да премине в транспортния граф между зададените начална и крайна точки, от София до Варна [80, 81, 82]. Необходимо е и да се определят решения, при които транспортирането на този поток да се изпълнява с предимство от железопътни превози. Така проблемът за интензифициране на железопътните пътнически превози включва определянето както на максималния поток, който може да се прокара през транспортната система съвместно от автобусен и пътнически превоз, така и намиране на управление, при което железопътните превози с предимство прокарват този пътникопоток. Решаването на тези задача в дисертационната работа се търси чрез разработване на йерархичен модел на оптимизация, дефиниране на двуйерархична задача за оптимизация, прилагаща йерархичния модел, решаване на задачата за оптимизация и сравняване на решенията с класическа задача за оптимизация.

2.4. Избор на оптимизационна задача за интензифициране на железопътни пътнически превози. Задача за намиране на максимален поток в транспортна система

Изследването в тази дисертация цели да се намери каква е максималната стойност на потока от София до Варна (ГО), който може да се транспортира съвместно с железопътни и автобусни средства. Максималният поток се състои от съвкупност от отделни „поточета", които тръгват от София, преминават през различни маршрути в транспортния граф и се събират в крайната точка гр. Варна. Изследването цели да определи относителната стойност на този поток и дъгите в транспортния граф, през който се минава.

Последващото изследване съдържа оценка на възможността по-голяма част от максималния поток да преминава през дъги на транспортния граф, които се поддържат от железопътен транспорт. Така, железопътните пътнически превози ще се стимулират и интензифицират до стойности, които са ограничени от пропускателните способности на дъгите на железопътния транспорт.

Задачата за максимален поток използва закона за съхранение на непрекъснатостта на поток. С индекс *к* е отбелязано номера на възела в транспортния граф. С множеството *i* се отбелязва множеството на входящите потоци във възел *к* от съседни възли. С множеството *j* се отбелязва множеството от изходящи потоци от възел *к*. Законът за непрекъснатост на потока гласи, че за всички междинни възли в транспортния граф, сумата от входящите потоци е равна на сумата от изходящите потоци.



Фиг. 2.12

Обозначението *f* е направено за всеки отделен поток, който влиза или излиза от съответен транспортен възел. Формалният запис на условието за съхранение на непрекъснатостта на потока е от вида:

$$\sum_i f_i^k - \sum_j f_j^u = 0, \forall k = 1, N \tag{2.2}$$

j ε J (множество на всички излизащи дъги от връх К)

i ε I (множество на всички влизащи дъги от връх К)

което означава, че за всеки възел *к* в граф с общо *N* възли, стойността на общия входящ поток във възела е равен на стойността на общия изходящ поток от възела.

Изключение правят началният „*s*“ и крайният „*t*“ възли. От началния възел излиза неизвестен по големина поток X, съответно в крайният възел влиза същият по големина неизвестен поток X. В транспортната мрежа няма загуба на поток.

Формално, изходящият поток от възела източник *s* (source) се изразява с равенството

$$\sum_j f_j^s = - f_{st} \tag{2.3}$$

а входящият поток в крайния възел t се изразява с равенството

$$\sum_i f_i^t = f_{st} \tag{2.4}$$

За всички потоци към и от възли *k=1,N* трябва да се изпълнява ограничението, че сумарният поток по дадена дъга трябва да е по-малък от пропускателната способност на дъгата. Формално това ограничение се записва с неравенството

$$\sum_i f_i^k \le V_i^k \; . \tag{2.5}$$

Задачата за максимален поток цели да намери тази стойност на *X*, която е максимална, като се удовлетворяват ограниченията за непрекъснатостта на потока и за ограниченията в пропускателните способности на дъгите на графа. Задачата за „максимален поток” е оптимизационна. Ограничението на тази задача е, че не позволява компонентите на максималния поток да преминават с предимство по ж. п. линиите. Математическият запис на задачата за „максимален поток” е от вида:

$$
\begin{aligned}
&max\_flow = f_{st^*} = arg(\max_{f_{ij}} f_{st}) \\
&\sum_i f_i^k - \sum_j f_j^k = 0 \\
&\sum_i f_i^t = f_{st} \\
&\sum_j f_j^s = -f_{st} \\
&\sum_i f_i^k \le V_i^k
\end{aligned}
\qquad (2.6)
$$

Тя има много голям брой ограничения и нейното решаване не е тривиална задача. Нейното решение ще даде стойността на максималния поток *X*, който може да премине през транспортния граф между София и Варна. Освен това ще се определят отделните потоци на този максимален поток през кои дъги на графа преминават. Така ще се оценят:

- доколко железопътните пътнически превози поемат потенциалния трафик на пътници от Републиканската Транспортна Схема;
- натоварена ли е транспортната система до капацитетните си възможности на железопътните участъци от Републиканската Транспортна Схема;
- при достигане на капацитета на дъга от транспортния граф , поддържан от железопътен превоз да се планират мерки за увеличаване на нейната пропускателна способност. Това може да стане чрез увеличаване на разписанията, броя на преминаващи влакове по даден железопътен участък;
- да се формира мнение за одобряване или не на нови транспортни лицензи за автобусни превози.

2.5. Избор на оптимизационна задача за интензифициране на железопътни пътнически превози. Задаване на приоритет на железопътните превози чрез задача за оптимално потокоразпределение

Решението на задачата за максимален поток (2.6) определя и доколко отделните линии на железопътните и автобусни превози в транспортния граф се натоварват от компонентите на максималния поток. От решението за намиране на максимален поток ще може да се разбере дали има неизползван капацитет на железопътни връзки. Този капацитет ще може да се запълни като чрез експертно мнение се избере ограничаване или премахване на някои линии в графа, поддържани от автобусни линии. Така се ограничава съответната пропускателна способност на дъгите от транспортния граф, поддържани с автобуси. Капацитетът на автобусите линии, които са премахнати се преразпределя между останалите линии в транспортния граф. Премахването на автобусните линии се определя така, че след повторно решаване на задача (2.6), капацитетът на железопътните линии да бъде запълнен.

В настоящата дисертационна работа е разработена двуйерархична задача за оптимизация, съставена от две оптимизационни задачи: едната е за анализ и определяне на максималния поток. Втората задача е за най-ниска цена на поток, цената е параметър, който дава приоритет на превозите по железопътен транспорт чрез преразпределение на компонентите на максималния поток. Ограничението на тази задача е, че прави потокоразпределение, но при предварително зададен обем трафик между две точки

Задачата е от вида:

$$\min\_cost\_distribution \equiv f_{ji} *= \arg\{\min_{f_{st}} [(c_{ij}, f_{ij}) + (c_{kl}, f_{kl})]$$

$$i, j \in rail\ transport, k, l \in bus\ transport$$

$$\sum_{j \in A(j)} f_{ij} - \sum_{j \in B(j)} f_{ji} = \begin{cases} 0, i \neq s, t \\ f_{st} *, i = s \\ -f_{st} *, i = t \end{cases} \qquad (2.7)$$

$$f_{ij} \leq v_{ij} \ , c_{ij} < c_{kl}$$

Приоритетното преразпределение към железопътен транспорт се прави чрез търсене на потокоразпределение с най-малка стойност, където стойността за прокарване на единица поток по железопътните дъги на транспортния граф е по-малка в сравнение със стойността за преминаване на автобусен поток по връзките на транспортния граф. Така вследствие от задавана по- малка стойност на потокоразпределението по железопътни линии ще се дава приоритет на използването на железопътния транспорт.

2.6. Дефиниране на двуйерархична задача за оптимизация

В глава 1 беше обоснована полезността от прилагане и използване на йерархична оптимизация при определяне на решения за интензифициране използването на железопътен транспорт. Положителният ефект от този нов клас оптимизация е, че се получават по-голям брой параметри като оптимални решения на задачата за интензифициране, отчитат се по-голям брой ограничения и се постига оптимизиране на повече от една цел/целева функция при оптимизацията.

В този параграф се анализират възможностите на йерархичния модел.

- Първата задача дава стойност на максимален поток, но не определя потокоразпределение с предимство към железопътни превози. Ограничението на тази задача е, че не позволява компонентите на максималния поток да преминават с предимство по ж. п. линиите
- Втората задача прави потокоразпределение, в полза на железопътните превози. Ограничението на тази задача е, че прави потокоразпределение, но при предварително зададена стойността на максималния поток
- Поотделно двете задачи не дават оптимални стойности едновременно и стойността на максималния поток и потокоразпределението на потока за даване на предимство на железопътния превоз.

Йерархичният модел дава едновременно като решение и стойността на максималния поток и как частта от този поток да преминава през железопътните дъги на транспортния граф.[107]

Формалният аналитичен вид на йерархичната задача е:

$$
\begin{gathered}
max\,[f_{st}] \\
\sum_i f_{ij} - \sum_j f_{ji} = \begin{cases} 0, i \neq s,t \\ f_{st}, i = s \\ -f_{st}, i = t \end{cases} \\
f_{ij} \lesssim v_{ij^*}
\end{gathered}
\tag{2.8}
$$

където $\min_{v_{ij}} c_{ij} v_{ij}$

$$
\sum v_{ij} - \sum v_{ji} = \begin{cases} 0, i \neq s,t \\ f_{st}, i = s \\ -f_{st}, i = t \end{cases}
$$

където i, j означава номер на възлите в мрежа с N възли;

- $A(i)\{j \in N\}$ набор от възли i, които инициират входящите връзки към възела в j,
- $B(i) = \{j \in N\}$ набор от възли i, които са свързани с изходящата връзка от възел j ,
- s и t означават начален и краен възел, между които се търси максималния поток, който може да се предаде през мрежата;
- v_{ij} пропускателната способност на дъгите между възлите i и j, $(i, j\ ) \ \in N$;
- f_{ij} неизвестните потоци, които трябва да бъдат оценени като компонентите от максималния поток в мрежата.
- c_{ij} са разходите за предаване на единичен поток между възли i и j;
- a_{ij} и b_{ij} са долните и горните граници на потока между възлите i и j;
- f_{st} е обемът транспортен поток, който трябва да се предава от възлите до t чрез минимизиране на транспортните разходи (3.2а).

Част от ограниченията на оптимизационната задача са зададени процедурно чрез решаване на нова оптимизационна задача.

2.7. Изводи

В Глава 2 е разработен йерархичен оптимизационен модел, който цели дефинирането на формална задача за интензифициране на железопътните пътнически превози. Избран и е приложен е подход на композиране на йерархична оптимизационна задача. Този подход е различен с основните подходи в теорията на йерархичните системи за декомпозиция и координация. Дисертационната работа прилага композиране на йерархична оптимизационна задача като взаимносвързани оптимизационни задачи. Последните поотделно не дават в пълнота решение на инженерната задача за интензифициране на железопътните пътнически превози. В йерархична организация новата задача дава прагматично и полезно решение за управление на интегрираната транспортна система. В тази глава е и разработен алгоритъм за числено определяне на параметри на йерархичната задача за управление. Разработен е алгоритъм за количествена оценка на условни пропускателните способности на пътническите железопътни и автобусни превози. Този алгоритъм е разработен поради ограничение на изходни данни за интензивността на автобусни и железопътни пътнически превози. Като резултат от този алгоритъм за подготовка на данни е дефинирана йерархична оптимизационна задача за управление на пътническите превози. С тези изходни данни са дефинирани и две класически оптимизационни задачи, композиращи йерархичната такава: задача за намиране на максимален поток в мрежа и задача за оптимално потокоразпределение.

Съставен е и алгоритъм за управление на интегрираната транспортна система при което се постига интензифициране и даване на приоритет на железопътните пътнически превози. Алгоритъмът за управление е разработван в следната последователност.

- Формализиране на интегрираната транспортна система от автобусни и железопътни пътнически превози до топология на граф.
- Разработен е алгоритъм за определяне на данни за пътникопоток, който количествено оценява пропускателната способности за превозване на пътници по дъгите на съществуващата Републиканска Транспортна Схема. Стойностите на пропускателните способности представят потенциала, който има съответната дъга в графа, съгласно текущи разписания на автобуси и влакове. Моделът е разработен в условията на ограничен обем изходни данни за изпълнявани транспортни пътнически превози. Моделът позволява да се оценят поотделно капацитетните възможности за превоз на пътници на железопътен и автобусни превози. Моделът е използван за дефиниране на йерархична оптимизационна задача за да се предложат решения за управление на железопътните пътнически превози с цел те да се интензифицират. Като резултат от прилагането на този модел се дават и решения за преструктуриране РТС. Направена е количествена оценка на условните пропускателни способности за пътническите превози,

железопътни и автобусни, по избрана дестинация от Републиканска Транспортна Схема.

- Дефинирана е йерархична оптимизационна задача за управление, която е съставена като йерархично свързани две класически оптимизационни задачи: за намирането на максималния поток между два възела на графовата структура на транспортната система и задача за оптимално потокоразпределение на транспортния граф, даваща приоритет на железопътните пътнически превози.

Дефинираната двуйерархичната оптимизационна задача за управление, определя по голямо множество параметри на транспортната система като оптимални, вследствие от решаване на йерархична задача. Получаваните решения на йерархичната задача определят като решения стойността на максималния поток в транспортната мрежа между два възела, така и оптималното потокоразпределение, което дава предимство на железопътните превози. Предимството на железопътните превози се формализира чрез задача за потокоразпределение с най-ниска цена.

ГЛАВА 3 ПРИЛОЖЕНИЕ НА ЙЕРАРХИЧНИЯ МОДЕЛ ЗА ОПТИМИЗАЦИЯ В УПРАВЛЕНИЕТО НА ИНТЕГРИРАНА ТРАНСПОРТНА СИСТЕМА

Оптимизирането на железопътните превози ще позволи, вследствие на създаване на математически модел, числено да се определят потенциалните участъци, където може да се интензифицират железопътните пътнически превози. Като резултат, решаването на такава задача ще позволи да се увеличи пътникопотока, превозен с железопътни пътнически превози, което е тенденция за увеличение на използването на железопътния транспорт в Европа [11, 157].

В Глава 3 е приложен и оценен йерархичния модел за оптимизация като:

- Решена е дефинираната двуйерархична оптимизационна задача за управление.
- Определена е като решение големината на максималния поток между София и Варна.
- Определено е потокоразпределение даващо приоритет на влаковите превози
- Решението на йерархичната задача е сравнено с:

1. класическа оптимизационна задача за намиране на максимален поток

2. с модифицираната класическа оптимизационна задача с експертна оценка за потокоразпределение.

3.1. Формални взаимодействия в йерархична задача за оптимизация

Задачата за "максимален поток" може да се приеме за задача за анализ на мрежова система. Задачата за анализ на транспортна мрежа може да бъде дефиниран като при дадена топология на мрежа със стойности на капацитета на връзките на мрежата трябва да се определи колко е максималното количество поток между два възела, което може да бъде предавано през мрежата.[81, 82, 107]

Аналитичната формулировка на задачата за максималния поток е представена във формата (3.1)

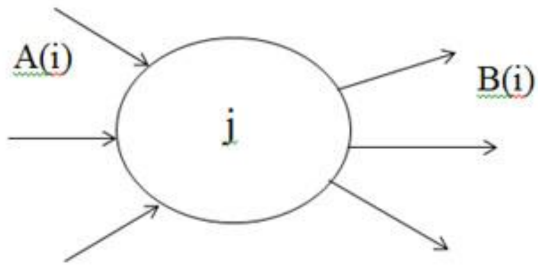
$$\max_{f_{ij}}[\,f_{st}]\qquad 3.1\ a)$$

$$\sum_{j \in A(j)} f_{ij} - \sum_{j \in B(j)} f_{ji} = \begin{cases} 0, i \neq s, t \\ f_{st} *, i = s \\ -f_{st} *, i = t \end{cases} \qquad 3.\ 1\ b)$$

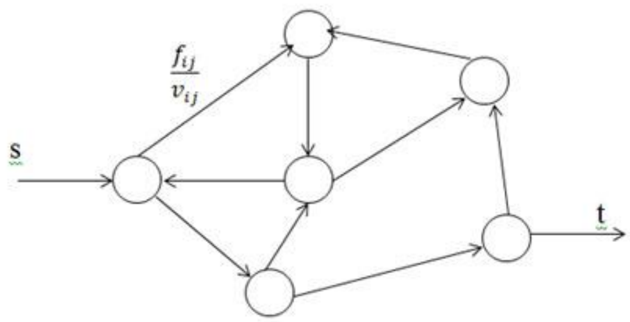
$$a_{ij} \leq f_{ij} \leq v_{ij}\ , \qquad (\forall i, j) \in N \qquad 3.\ 1\ c)$$

където i, j означава номер на възлите в мрежа с N възли;

- $A(i)\{j \in N\}$ набор от възли i, които инициират входящите връзки към възела в j , Фиг. $1a$;
- $B(i) = \{j \in N\}$ набор от възли i, които са свързани с изходящата връзка от възел j , Фиг. $1b$;
- s и t означават начален и краен възел, между които се търси максималния поток, който може да се предаде през мрежата;
- v_{ij} пропускателната способност на дъгите между възлите i и j, $(i, j\ ) \in N$;
- f_{ij} неизвестните потоци, които трябва да бъдат оценени като компонентите от максималния поток в мрежата.



Фиг.3.1a. Входящи и изходящи потоци към/от възел j



Фиг.3.1 b Източник s и краен възел t

Зависимостта (3.1b) описва закона за непрекъснатостта на потоците. Количеството на влизащия поток е равен на количеството на излизащия поток от един и същи възел. Зависимостта (3.1b) за началния и краен възли отразява, че в началния възел s излиза количество поток f_{st}, а в крайният възел t влиза същото количество поток f_{st}, което се отразява със знак минус [19]. Зависимост (3.1c) отчита физическо ограничение, че потокът по дадена дъга не може да бъде по-голям от пропускателната способност на тази дъга. Целевата функцията на оптимизационната задача (3.1a) формализира изискването за максимизиране на потока f_{st}, който започва от началния възел s и влиза в крайната точка t.

Решенията на задача (3.1) определят стойността f_{st} на максималния поток, който може да се предава между мрежата от s до t. Освен това, компонентите f_{ij} на максималния поток определят и пътищата, през които минават отделните компоненти на максималния поток в цялата мрежа. Следователно, при зададен капацитет на мрежовите дъги, задачата за максималния поток (3.1) дава количеството на потока, който може да премине през предварително дефинираната мрежова топология и пътищата на отделните компоненти, които съставят максималния поток.

За задачи с мрежова структура може да се дефинира освен задача за анализ и задача за синтез. За да се прокара единица поток по дадена дъга, е необходимо да се плати определен ресурс/цена. Такава задача за оптимален синтез на потокоразпределението е следната: да се определи такова потокоразпределение в мрежата, при което стойността на общото потокоразпределение е най-малко. Тази задача за синтез определя такова потокоразпределение в мрежата, при което се предава зададен обем трафик по направления така, че да се реализира най-малка стойност на потокоразпределението. В настоящата глава тази задача за синтез се използва, за да се насочат компонентите на максималния поток по дъги, които се поддържат от железопътен превоз. Така, със задаване на ниска стойност на потокоразпределението по дъги на железопътен транспорт и висока стойност на потокоразпределение по дъги, поддържани от автобусен транспорт ще се реализира максимално използване на капацитета на железопътния транспорт.

Използването на тези две оптимизационни задачи, за анализ и синтез ще позволи в общ математически модел да се намери като решение такова разпределение на пътническите превози, при което железопътният транспорт ще има първостепенно значение и ще се интензифицира неговата експлоатация.

Свързването на двете задачи за анализ и синтез ще се изпълни в следната последователност. Задачата за анализ ще определи стойността на максималния поток, който може да се предаде в транспортната мрежа по направлението София – Варна. Като ограничения се отчита пропускателната способност на дъгите, определени от разписанията на автобуси и железопътен превоз по оценката за време за пътуване по дадена отсечка.

Задачата за синтез ще използва стойността на определения максимален поток като ограничение за обем необходим предаван трафик. В резултат ще се намери решение за потокоразпределение, което е с най-ниска цена и ще използва с предимство от железопътния транспорт. Полученото потокоразпределение от задачата за синтез ще дефинира нови пропускателни способности на задачата за анализ. Така идеологията на този нов математически модел се състои в дефиниране и решаване на двуйерархична оптимизационна задача, която ще даде като решение както потокоразпределението с предимство използване на железопътен транспорт, така и автоматично оценяване за намаляване на интензивността на автобусните превози.

Формалното описание на този математически модел за интензифициране на експлоатацията на железопътните пътнически превози е разработен и обоснован в тази глава.

Втората задача за синтез, която се използва в йерархичната задача за оптимизация , е дефинирана като "задача за намиране на потокоразпределение с най-ниска/минимална стойност". Тази задача определя разпределението на потоците в транспортната мрежата. При намиране на потокразпределението с минимална стойност f_{ij} i,j=1,...,N всеки поток f_{ij} по дъга ij определя минималната пропускателна способност

v_{ij}, която трябва да има тази дъга. Затова решението f_{ij} на задачата за потокоразпределение се използва като параметър в задачата за анализ чрез равенството $v_{ij} = f_{ij}$.

Аналитичната форма на "задачата за потокоразпределение с най-ниска/минимална стойност " се дефинира като: [107]

$$\min_{x_{ij}} \sum_{ij \in A} c_{ij} f_{ij} \tag{3.2a}$$

$$\sum_{j \in A(j)} f_{ij} - \sum_{j \in B(j)} f_{ji} = \begin{cases} 0, i \neq s, t \\ f_{st} *, i = s \\ -f_{st} *, i = t \end{cases} \tag{3.2b}$$

$$a_{ij} \leq f_{ij} \leq b_{ij}, \quad \forall i, j \in N \qquad , \tag{3.2c}$$

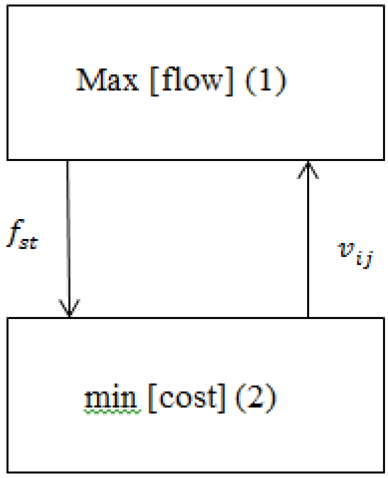
където

- f_{ij} са търсените стойностите на потоците на дъгите между възлите i и j като решения на задачата за синтез;
- c_{ij} са разходите за предаване на единичен поток между възли i и j;
- a_{ij} и b_{ij} са долните и горните граници на потока между възлите i и j;
- f_{st} е обемът транспортен поток, който трябва да се предава от възлите до t чрез минимизиране на транспортните разходи (3.2a).

Зависимостите (3.2b) съответстват на равновесните уравненията за запазване на потока. Зависимостите показват, че какъвто обем поток влиза в даден междинен възел, такъв обем поток трябва да излезе от възела. Само за началния и краен възел се определя, че ако се подаде на началния възел обем поток f_{st} толкова обем на потока трябва да се получи в крайният възел. Решението на (3.2) дава оптимално разпределение на потока f_{ij} при което през транспортната мрежа се прекарва f_{st} обем трафик. Стойностите на f_{ij} определят минималните пропускателни способности на дъгите чрез осигуряване на потокоразпределение с най ниска цена. Математическата обосновка на задача (3.2) е дадена в [88]. В настоящата глава тази задача се прилага за да се определи топологията на потокоразпределението в транспортната мрежа като се дава предимство на железопътните превози в сравнение с автобусните. Този приоритет се задава като се използват по-ниски стойностни коефициенти за предаване на трафик по железопътни превози в сравнение с автобусните превози. Стойностните коефициенти не съответстват на цени на билети за транспорт, а се дефинират в изпълнение на изискванията железопътния пътнически транспорт да стане приоритетен в Републиканската Транспортна Схема.

В тази дисертационна работа е направено интегриране на двете задачи за оптимизация: задачата за анализ (3.1) и задачата за синтез (3.2). Задача (3.1) определя максималния поток и капацитета на мрежата при зададени пропускателни способности v_{ij} на дъгите по мрежата. Задача (3.2) дава оптимално разпределение на поток f_{ij} по железопътни и автобусни превози при задаване на приоритет чрез по-малки стойностни коефициенти за железопътните превози. Намерените решения f_{ij} ще се използват за определяне на минималните пропускателни способности на връзките v_{ij} за задача (3.1) чрез полагането $v_{ij} = f_{ij}$. В резултат от съвместното решаване на оптимизационни задачи (3.1) и (3.2) във взаимосвързана двуйерархична оптимизационна задача се определя топологията на транспортната мрежа, която трябва да осигури максимален поток f_{st} между източника и крайният възел и железопътните пътнически превози приоритетно да превозват по-голяма част от този максимален поток.

Работният йерархичен математически модел е представен графично на фиг. 3.2 . Дефинираната йерархичната оптимизационна задача решава едновременно, а не последователно, две задачи за оптимизация: чрез максимизиране на потока между два предварително дефинирани възела в мрежата (София и Варна) и извършва потокоразпределение, което дава приоритет на превозите с железопътен транспорт.



Фиг.3.2 Интегриране на оптимизационните задачи при двуйерархична оптимизация

Инженерното съдържание на задачи (3.1) и (3.2) е, че първата задача осигурява предаването на максимален поток/обем трафик между два възела (София и Варна). Втората задача извършва оптимално разпределение на потока с минимални разходи, като дава приоритет на превозите с железопътен транспорт. При класическа оптимизационна задача, (3.1) ще определи като оптимално решение само стойността на максималния поток и преминаването на неговите компоненти по дъгите на транспортния граф, но няма да даде предимство за използване на железопътните участъци в транспортната мрежа. При класическа оптимизационна задача (3.2) ще се определи потокоразпределение с най-ниска цена и ще се даде предимство на железопътни превози, но стойноста на необходимия за предавате поток f_{st} е предварително зададена стойност, а не получавано оптимално решение.

Интегрирането на тези две известни оптимизационни задачи в разработения йерархичен оптимизационен модел ще определи като оптимално решение едновременно и стойността на максималния поток и неговото разпределение в транспортната мрежа, като се даде предимство на използването на железопътните превози. Интегрирането на тези две задачи е направено съгласно приетия йерархичен модел от гл.2. Дефинира се и се решава двунивова йерархична задача за оптимизация (bi-level optimization), което е актуално направление в областта на оптимизацията в технически системи.

Решаването на задачата от горно йерархично ниво дава като решение обема на максималния поток f_{st} между възлите s (София) и t (Варна), който може да се предаде в мрежата от съвместни автобусни и железопътни превози и компонентите на този поток, които преминават през различните дъги на транспортния граф. Стойността f_{st} ще се използва като параметър в ограниченията на задача (3.2). На свой ред, задачата от долно ниво (3.2) ще определи разпределението на потока f_{ij} по критерий за най ниска цена, като се дава приоритет на използването на железопътните превози. Решенията на потокоразпределението ще дефинират пропускателната способност на дъгите в транспортния граф, $f_{ij} = v_{ij}$. Тези нови пропускателни способности ще изменят от своя страна ограниченията на задача (3.1). Така двете оптимизационни задачи (3.1) и (3.2) са взаимосвързани, като решенията на едната задача определят ограничения на другата, но от своя страна решенията на втората задача определят ограничения в първата задача. В резултат на такава двунивова йерархичната оптимизация ще се определят едновременно като оптимални решения както обема на максималния поток f_{st}, който може да се предаде през мрежата между София и Варна, така и това оптимално потокоразпределение, при което по-голяма част от максималния поток се превозва със средства на железопътния транспорт. Така се получава решение за интензифициране използването и експлоатацията на железопътния пътнически транспорт. Дефинирането и решаването на двунивова йерархична задача ще осигури максимизиране на потока f_{st} между София и Варна и ще запълни максимално капацитетните възможности на железопътния транспорт за предаване на този обем трафик.

На фиг.3.3 е представено формалното взаимодействието на двете йерархични оптимизационни задача за дефиниране на една обща двунивова йерархична задача.[80, 81]

$$max\_flow\_problem \equiv f_{st}^{*} = arg\left\{\max_{f_{st},f_{ij}}\left(f_{st}\right)\right\}$$

$$\sum_{i} f_{ij} - \sum_{j} f_{ji} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ f_{st}^{*}, i = s = 1 \\ -f_{st}^{*}, j = t = N = 17 \end{cases}$$

$$f_{ij} \leq v_{ij}^{*}, \quad \forall i,j \in N = 17$$

$$f_{st}^{*} \qquad\qquad v_{ij}^{*} = f_{ij}^{*}$$

$$min\_cost\_flow\_distribution \equiv f_{ij}^{*} = arg\left\{\min_{f_{ij}}\left[\left(c_{ij},f_{ij}\right)_{i,j \in rail\_transport} + \left(c_{kl},f_{xl}\right)_{k,l \in bus\_transport}\right]\right\}$$

$$\sum_{i} f_{ij} - \sum_{j} f_{ji} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ f_{st}^{*}, i = s = 1 \\ -f_{st}^{*}, j = t = N = 17 \end{cases}$$

$$f_{ij} \leq v_{ij}$$

$$c_{ij} < c_{kl,} v(i,j), (k,l) \in N = 17, given\ cost\ parameters$$

$$v_{ij}(i,j) \in N, given\ initially\ estimated\ capacity\ values$$

фиг.3.3 Формално представяне на двуйерархичната оптимизационна задача

3.2. Решение на класическа оптимизационна задача за максимален поток

Аналитичният вид на задачата за намиране на максималния поток между два възела в транспортния граф е от вида (3.1). Дефинираната оптимизационна задача в аналитична форма като "задача с максимален поток" е от вида на линейно програмиране. Като ограничения на оптимизационната задача са дефинирани изискванията за запазване на потока, преминаващ през даден възел, (3.1b). За началния възел София, който е отбелязан с номер 1 (s) и крайния възел - гр. Варна, който е отбелязан с номер 17 (t) уравненията за запазване на потока съдържат променливата с неизвестна стойност за максималния поток f_{st}.

Уравнението за запазване на потока за началния възел София, $s = 1$ е:

$f_{1,2}+ f_{1,3}+ f_{1,4}+ f_{1,5}+ f_{1,9}+ f_{1,11}+f_{1,15} + f_{1,13} -f_{st}= 0.$

където $f_{i,j}$ е потокът между възли i и j.

- уравнение за запазване на потока за възел 2 е:

$f_{1,2}- f_{2,3}-f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 3 е:

$f_{2,3} - f_{3,4}+ f_{1,3}-f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 4 е:

$f_{3,4}+ f_{1,4} - f_{4,15} - f_{4,13}- f_{4,9}-f_{4,5} -f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 5 е зависимостта: $f_{4,5}+f_{1,5} – f_{5,6} = 0,$

- уравнение за запазване на потока за възел 6 е:

$f_{5,6}- f_{6,7}-f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 7 е:

$f_{6,7}+ f_{15,7} – f_{7,8}- f_{7,9}-f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 8 е:

$f_{7,8}- f_{8,913} -f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 9 е:

$f_{7,9}+ f_{8,9}+ f_{4,9}+ f_{1,9}+ f_{15,9} – f_{9,10} - f_{10,11} -f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 10 е:

$f_{9,10} - f_{10,11} -f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 11 е:

$f_{10,11}+ f_{9,11}+ f_{1,11}+ f_{15,11}+ f_{16,11} - f_{11,12} - f_{11,13} - f_{11,17} -f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 12 е:

$f_{11,12} - f_{12,13} -f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 13 е:

$f_{11,13}+ f_{12,13}+ f_{4,13}+ f_{1,13}+ f_{15,13}+ f_{16,13}- f_{13,17} - f_{13,14} -f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 14е:

$f_{13,14} - f_{14,17} -f_{st}= 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 15 е:

$f_{1,15} + f_{4,15} - f_{15,7} - f_{15,9} - f_{15,11} - f_{15,13} - f_{15,17} - f_{15,16} - f_{st} = 0.$

- уравнение за запазване на потока за възел 16 е:

$f_{1,16} + f_{15,16} - f_{16,11} - f_{16,13} - f_{16,17} - \; - f_{st} = 0.$

- уравнението за запазване на потока в крайния възел Варна, $t = 17$ е: $f_{14,17} + f_{13,17} + f_{11,17} + f_{15,17} + f_{16,17} - f_{st} = 0.$

Потоците по дадена дъга на транспортния граф трябва да отчитат ограниченията за пропускателната способност на дъгата на графа:

$$f_{,ij} \leq v_{i,j}\ ,\ i,j=1,...,N. \qquad 3.3$$

Целевата функция на задачата за максимален поток е да се максимизира стойността f_{st},

3.4

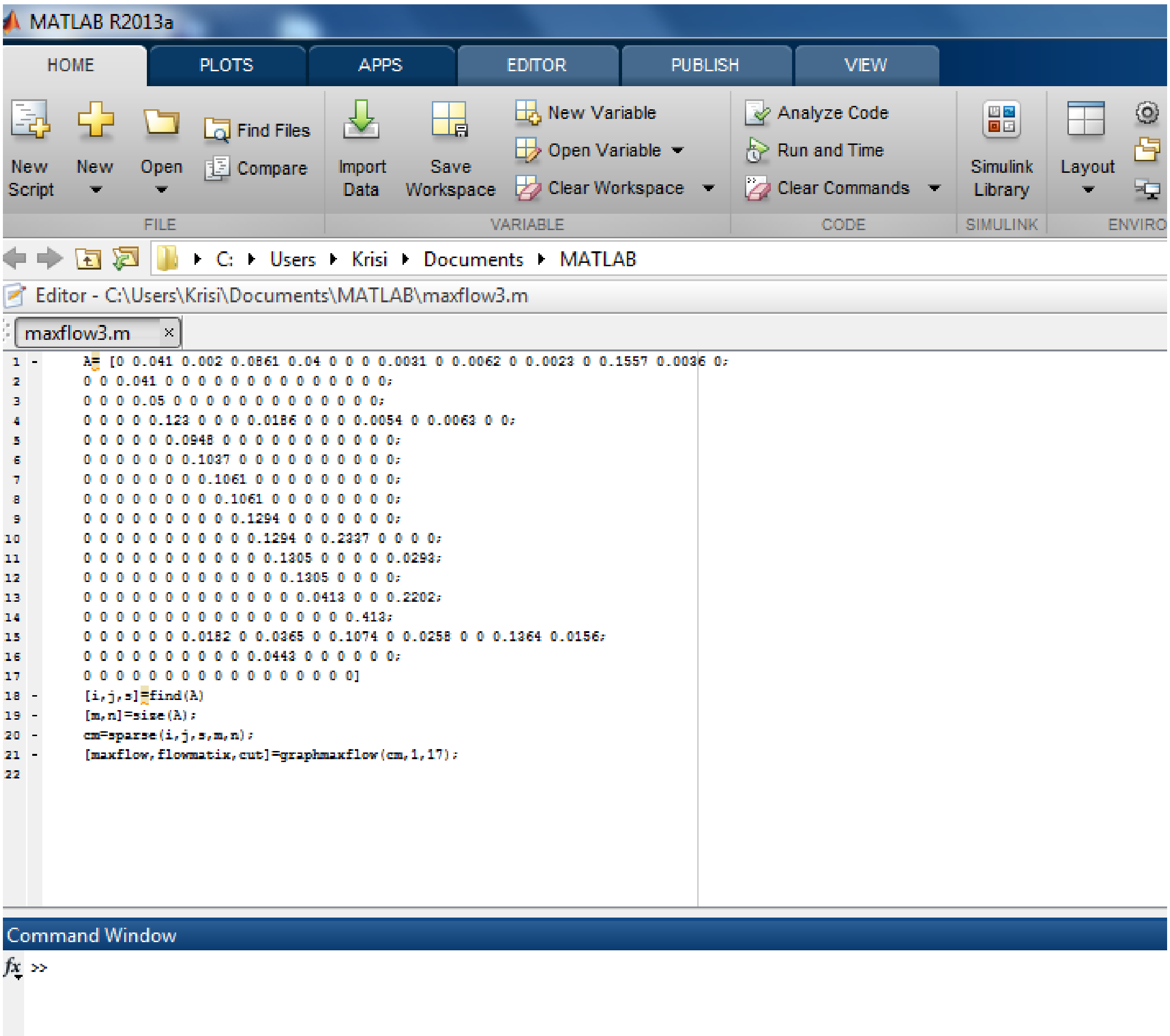
$$\max_{f_{st}, f_{ij} i,j=1,N} (f_{st})$$

Така дефинирана задача за максимален поток е числено определена. Тя съдържа 44 променливи и общо 61 ограничения. От тези ограничения 17 отчитат непрекъснатостта на потока в 17-те възли на графа и 44 ограничения са за спазване на пропускателните способности на дъгите в графа.

Решаването на задачата за „максимален поток" е направено, чрез използване на програмния продукт MATLAB. В стандартната си конфигурация този програмен продукт не съдържа средства за решаване на задачата за „максимален поток". За това дисертационната работа адаптира допълнителен програмен модул, който е добавка интегрирана в средата на MATLAB, чрез която може да се реши нужната задача. Добавката се състои в нова функция, която е наименована graphmaxflow() [164]. Тази функция приема необходими входни параметри и изчислява стойността на максималния поток и дъгите, по които минават компонентите на максималния поток.

Функцията изчислява максималния поток и минималното сечение с помощта на алгоритъмът на Бойков-Колмогоров.[164]

За целите на илюстрацията по-долу е представена част от програмната последователност, с която се решава задачата за максималния поток. В матрица A формално е зададена структурата на транспортната система и пропускателните способности на дъгите на графа, фиг.3.4.



Фиг. 3.4. Скрипт на програмата за намиране на максимален поток

Функцията graphmaxflow (G, S, T) изчислява максималния поток в насочен граф G от възел S до възел T. G е n-от-n матрица, която представлява насоченият граф. Ненулеви записи в G определят капацитета на ребрата. M е максималният поток , F (i, j) е потокът от възел i до j.

Функцията graphmaxflow избира алгоритъма изчисление за намиране на максималния поток като опциите са:

- "Edmonds" - алгоритъм на Edmonds и Karp. Изпълнението се основава на Вариант, наречен "алгоритъм за етикетиране"

- „Goldberg“ - алгоритъмът Goldberg използва генеричния метод, познат като "Preflow-push". [164]

Решаването на задачата за максимален поток чрез специализираната функцията на Matlab, graph*maxflow* се получава стойността на максимален поток 0.2960. Използваните данни за натоварването на транспортната система са с данни за 2016 и 2017г.

Параметърът *flowmatix* показва стойността на капацитета на всяка дъга на автобусните и железопътни превози. Получените решения са представени в графичен вид. По дъгите на възлите са нанесени като дроб две числа. Знаменателя на дробта е изчислената пропускателна способност на тази дъга съгласно разработения алгоритъм за подготовка на данни от Глава 2 на дисертационния труд. Числителят на дробта е решението на задачата за максимален поток. Това число показва каква част от тази дъга се използва от компонентите на максималния поток при тяхното преминаване от началната до крайната точка.

На фиг.3.5 числата по възлите съответстват на градовете в показаният граф. Пример: 1-4 е дъгата София –Мездра и пропускателната способност на тази дъга е 0,0861 относителни единици. Компонентите на максималният поток по тази дъга е 0,123, което показва,че железопътният превоз по тази линия може да поеме част от автобусният превоз. Отсечките, на които няма показан числител, означава, че по тях не преминават компоненти на максималния поток. Такива отсечки са 15-7 и 15-9, които съответстват на Велико Търново- Стражица и Велико Търново-Попово.

Резултати, получени от функцията *grapfmaxflow* за 2017г.

(1,4) 0.0861

(1,5) 0.0390

(4,5) 0.0558

(5,6) 0.0948

(6,7) 0.0948

(7,8) 0.0948

(1,9)	0.0031
(4,9)	0.0186
(8,9)	0.0948
(9,10)	0.0993
(1,11)	0.0062
(9,11)	0.0172
(10,11)	0.0993
(15,11)	0.0917
(16,11)	0.0014
(11,12)	0.0623
(1,13)	0.0023
(4,13)	0.0054
(11,13)	0.1242
(12,13)	0.0623
(15,13)	0.0258
(16,13)	0.0190
(13,14)	0.0188
(1,15)	0.1557
(4,15)	0.0063
(1,16)	0.0036
(15,16)	0.0289
(11,17)	0.0293
(13,17)	0.2202

(14,17)   0.0188

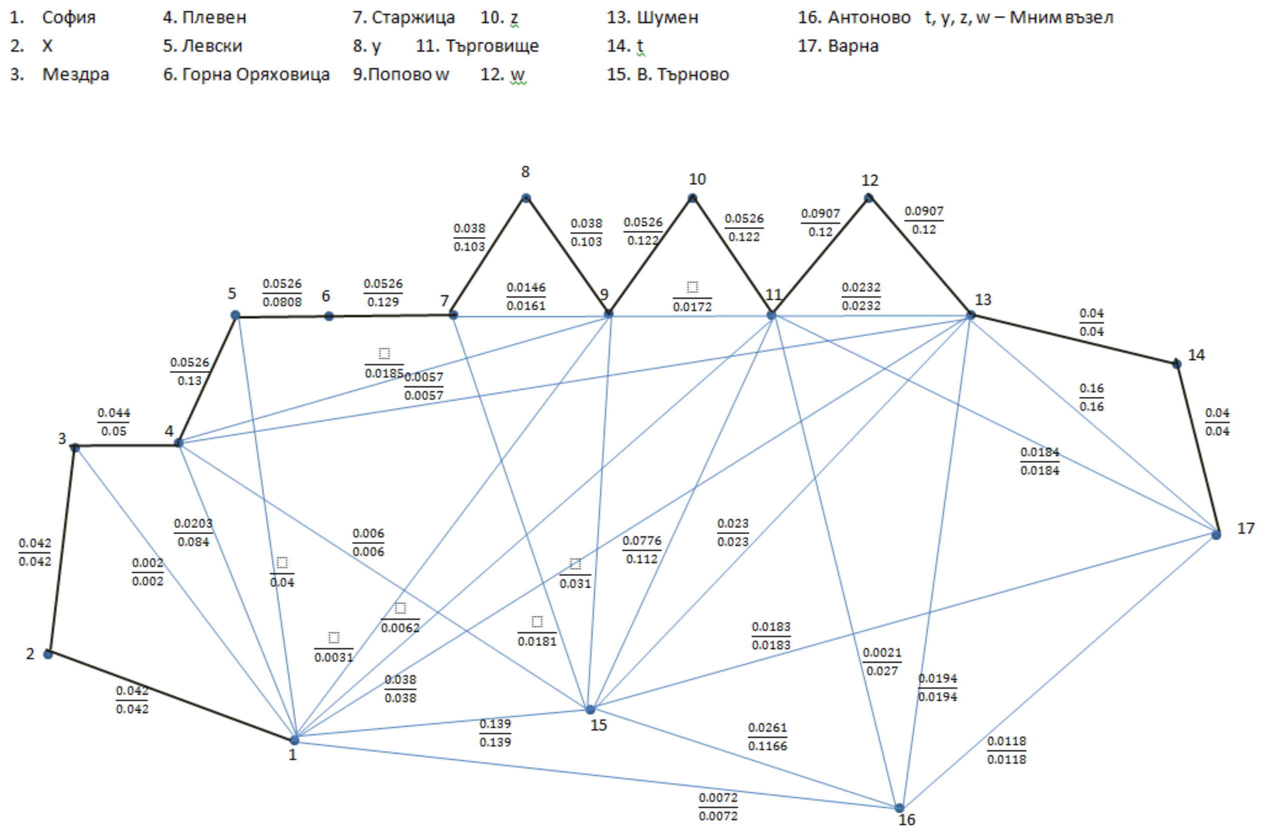
(15,17)   0.0156

(16,17)   0.0121

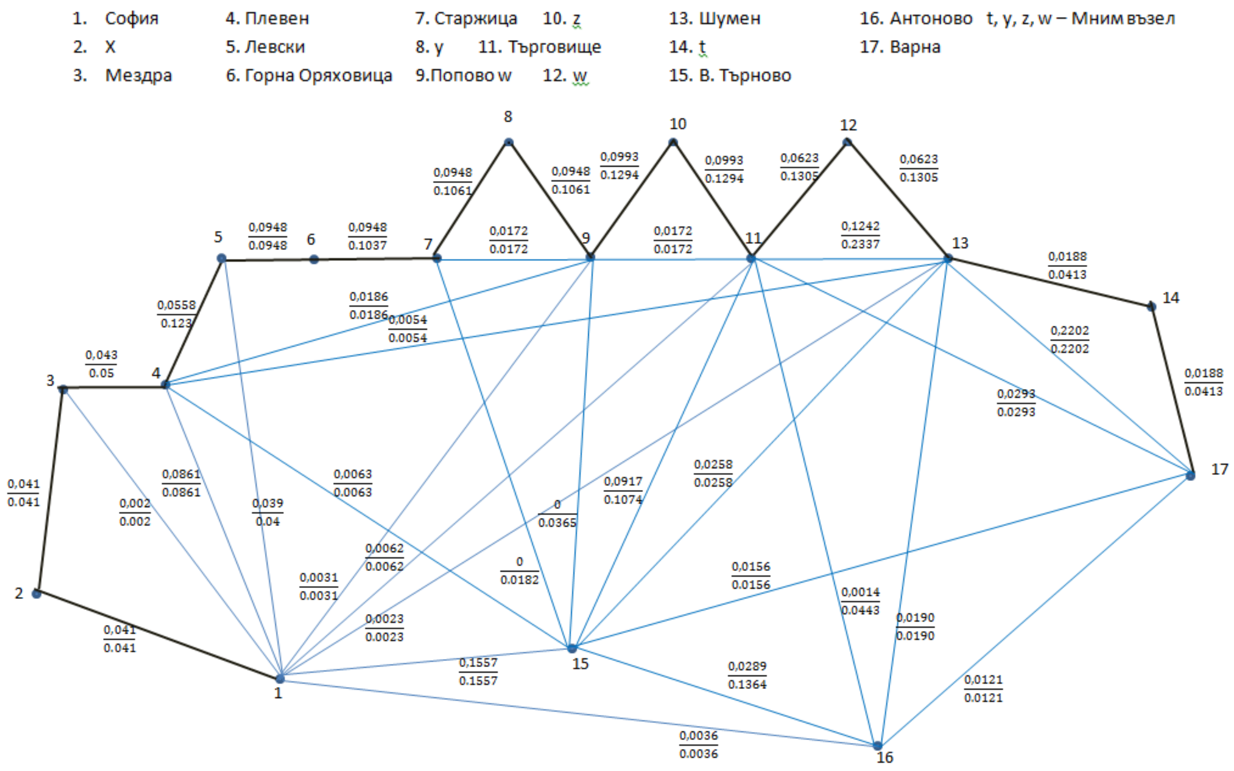
Резултатите от изчисленията са представени в графичен вид върху транспортния граф със 17 възела. На всяка дъга на графа с числа под формата на дроб са дадени пропускателната способност на дъгата и стойността на частта от максималния поток, който преминава през нея.

$$\frac{\textit{числител}}{\textit{знаменател}} = \frac{\textit{решение за потока по дъгата}}{\textit{пропускателната способност на дъгата}}$$

В графичен вид решението на задачата за „максимален поток е представено на фиг.3.5 и фиг.3.6. Направени са изчисления за 2016г. (фиг.3.5) и за 2017г. (фиг.3.6). Тъй като разписанията на влаковете и автобусите за различни за всяка година. От където максималният поток и пропускателните способности са различни.



Фиг.3.5. Графично представяне на решението на задачата за максимален поток за 2016 г.



Фиг.3.6. Графично представяне на решението на задачата за максимален поток за 2017 г.

Сравняването на резултатите от фиг.3.5 и 3.6 показва, че измененията в разписанията на влаковете и автобусите влияе на решаването на задачата за максимален поток и преразпределението на този поток по железопътните и автобусни линии в транспортната мрежа.[80, 81, 82]

Решението на задача (3.1) определя стойност на максималния поток, който може да се предава от възел 1 до възел 17 (от София до Варна). Относителната стойност на този поток е 0,2960 относителни единици. Като се правят сравнения между капацитета на дъга в графа и частта от максималния поток, който преминава през тази дъга, може да се установи, че пропускателните способности на връзките между възли 1-2, 2-3, се използват изцяло от компонентите на максималния поток. Тези дъги в графа се изпълняват от железопътен транспорт. Следователно не е възможно да се увеличи максималния поток между София и Варна с допълнителен трафик между началния и крайния възли 1 и 17. [148, 154]

Този резултат показва, че увеличаването на пропускателната способност на тези дъги в транспортния граф може да стане само чрез увеличаване на честотата на графика за преминаващите влакове в тези дъги. Само при увеличаване на тези пропускателни способности може да се увеличи и максималния поток между София и Варна.

От решението на оптимизационната задача (3.1) съгласно фиг.3.5 се вижда, че набор от връзки, поддържани от железопътния транспорт, притежава капацитет, който в момента не се използва. Това позволява да се интензифицира използването на железопътния транспорт чрез преразпределяне на потоците на максималния поток, така, че те с предимство да преминават по дъгите, поддържани от железопътен транспорт. Кои компоненти на максималния поток да се пренасочат от автобусни към железопътни превози е желателно да се определи чрез решаването на нова оптимизационна задача, а не чрез експертно мнение - чрез избор на човек, вземащ решение. Така ще се получи оптимално потокоразпределение на трафика с приоритет на ползване на железопътни превози.

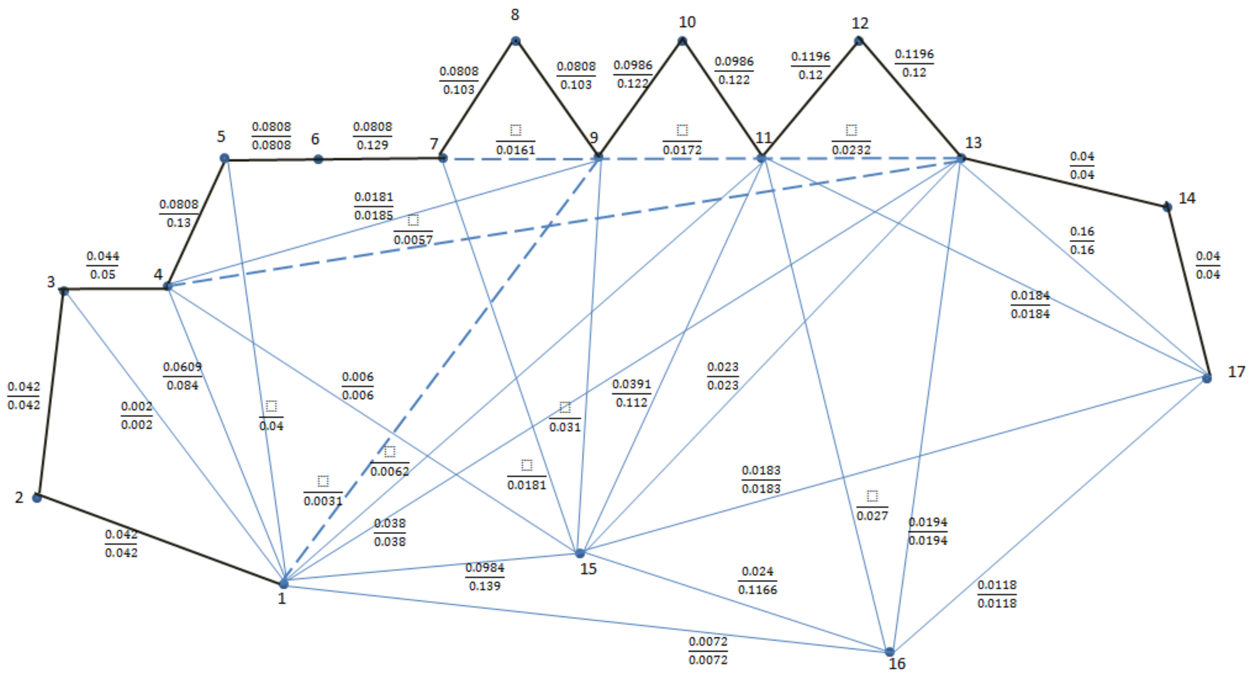
В настоящата дисертационна работа такъв подход е развит чрез дефиниране и решаване на съответна двуйерархична задача за оптимизация.

3.3. Експертно изменение на решенията на класическата оптимизационна задача за интензифициране на пътническите превози по железопътните участъци

Решението на задачата за максимален поток (3.1) определя и доколко отделните линии в транспортния граф се натоварват от компонентите на максималния поток. Графично представеното решение от фиг.3.6 на този случай показва, че съществува неизползван капацитет на железопътни връзки. От полученото решение на фиг.3.6 чрез есперно мнение може да се избере ограничаване или премахване на линии в графа, поддържани от автобусни линии. Така се ограничава съответната пропускателна способност на дъгите от транспортния граф, поддържани с автобуси.

Едно примерно решение е показано на фиг.3.7.

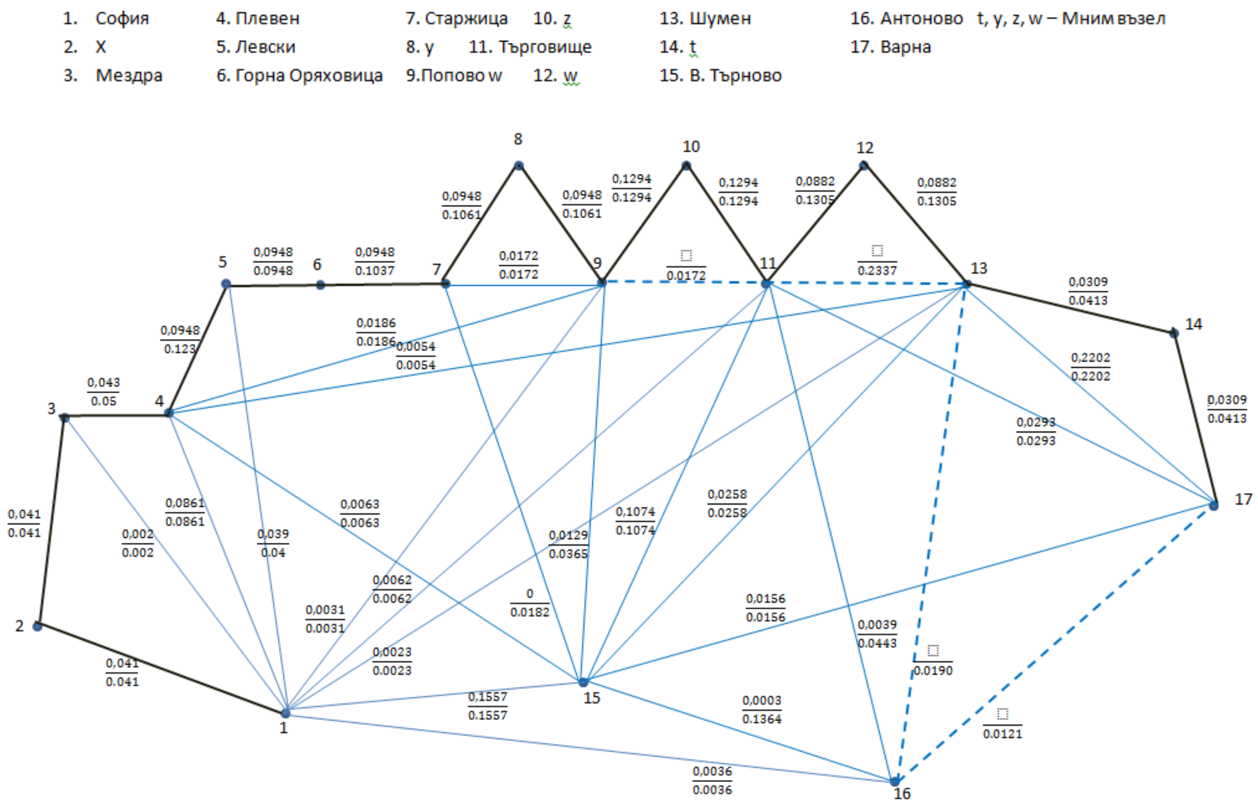
1. София	4. Плевен	7. Старжица	10. z	13. Шумен	16. Антоново	t, y, z, w – Мним възел
2. X	5. Левски	8. y	11. Търговище	14. t	17. Варна	
3. Мездра	6. Горна Оряховица	9.Попово w	12. w	15. В. Търново		



Фиг.3.7. Даване приоритет на железопътните пътнически превози, чрез есперно мнение за премахване на автобусни линии за 2016 г.

В този случай чрез експертно мнение са премахнати връзките, поддържани от автобуси и дублиращи железопътните линии по направления: 7-9 (Стражица - Попово), 9-11 (Попово - Търговище), 11-13 (Търговище - Шумен). Субективен е и избора за премахване на връзките 1-9 (София - Попово) и 4-13 (Плевен - Шумен), поддържани от автобусни линии. При тази нова топология решението на задача (3.1) дава ново разпределение на максималния поток, съгласно фиг.3.7. Това ново разпределение не е оптимално решение в смисъла на точна оптимизационна задача за даване приоритет на железопътния транспорт.

Този начин на даване на приоритет на железопътните превози може да се прилага при отчитане на допълнителни данни или ограничения, които не се отчитат понастоящем чрез разписанията на движение на автобуси и влакове. Полученото решение на фиг.3.6 е използвано за оценка на новия оптимизационен модел за отчитане на йерархична оптимизация.(фиг. 3.8). [148, 153]



Фиг.3.8. Даване приоритет на железопътните пътнически превози, чрез есперно мнение за премахване на автобусни линии за 2017 г.

3.4. Решение на двуйерархична оптимизационна задача

Прилагането на задачи с двунивова йерархична оптимизация понастоящем се приема като перспективен метод за реализиране на оптималност при функционирането, експлоатацията, проектирането и управлението на сложни технически системи. Съществува тенденция за увеличаване на приложенията и внедряванията в реални практически случаи, при които се прилага оптимизация на дейности чрез двунивова йерархична оптимизация.

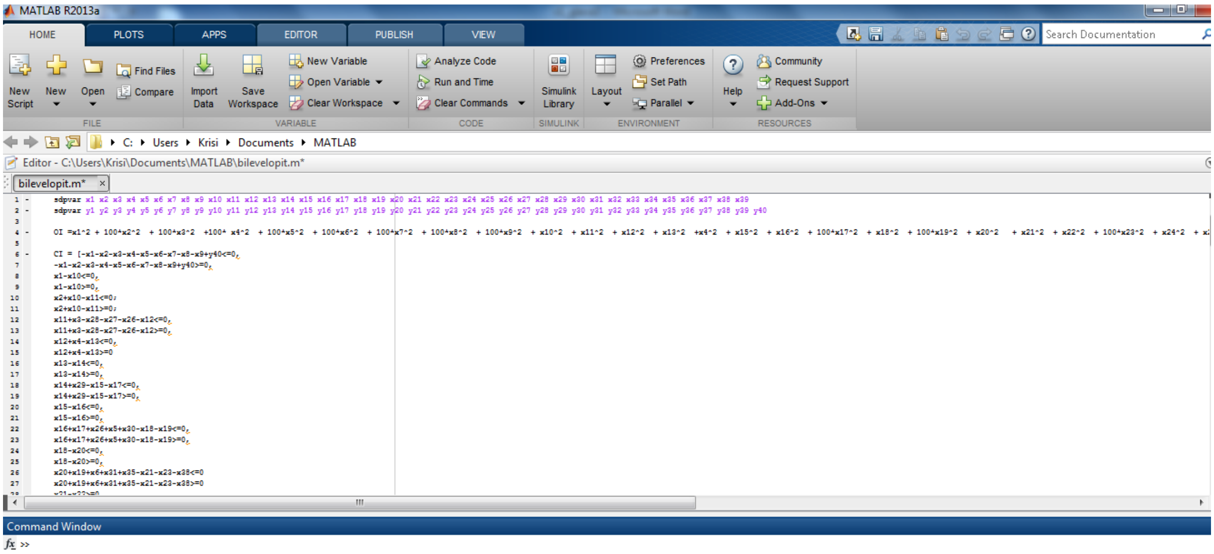
Редица практически задачи за оптимизация имат двунивова йерархична стуктура. Общото в тях е, че от горното йерархично ниво в резултат на решаване на оптимизационна задача се определят оптимални стойности, които стават параметри за долното йерархично ниво, където на свой ред се решават други оптимизационни задачи, в които се използват параметрите, определени от горното ниво.

Задачата на горно йерархично ниво изчислява размера на максималния поток, който може да се транспортира между възли 1 (София) и 17 (Варна) при зададени пропускателни способности на дъгите в транспортния граф, задача (3.1). Компонентите на максималния поток трябва да спазват първоначалните ограничения на капацитета на връзките, оценени както е показано на фиг.2.11. В резултат стойността на максималния поток се предава като параметър на долната оптимизационна задача. Тя е дефинирана като задача за синтез, която определя оптимално потокоразпределение в транспортния граф. Обемът трафик, който трябва да се предаде, е стойността на максималния поток, определен от горна оптимизационна задача. Потокоразпределението се прави като се зададе приоритет на железопътните превози. Приоритетът се дава чрез определяне на по-малки стойности за цената за предаване на единица поток по железопътните дъги на графа в сравнение с автобусните дъги на графа. Аналитичният вид на тази задача за най-ниска стойност на потокоразпределението е от вида (3.2).

Решенията на долната йерархична задача (3.2) влияят върху пропускателните способности на дъгите в задача (3.1). Така, двете оптимизационни задачи са взаимосвързани като решенията на едната оптимизационна задача влияят върху ограниченията на другата оптимизационна задача и съответно решенията на втората оптимизационна задача влияят на ограниченията на първата оптимизационна задача. За конкретния случай решенията на горната оптимизационна задача изменят големината на потока, който трябва да се предаде между София и Варна. Съответно долната оптимизационна задача (3.2) изменят ограниченията за пропускателните възможности на дъгите за горната йерархична задача (3.1).

Численото решаване на оптимизационната задача е направено в програмната среда MATLAB. Системата от изчисления прилага специализирана функция за решаване на двунивови йерархични задачи, *solvebilevel*(). Тази функция не влиза в конфигурацията на програмната система MATLAB . Тя е разработена чрез международния проект YALMIP , https://yalmip.github.io/command/solvebilevel/ и е допълнително приложена и конфигурирана за работа в тази програмна среда в дисертационната работа. [165, 166]

Показан е скрипта на задачата за намиране на максимален поток в граф. Фиг. 3.9



Фиг. 3.9 Част от скрипта на програма MATLAB

CI: Външни ограничения

OI: Външна цел

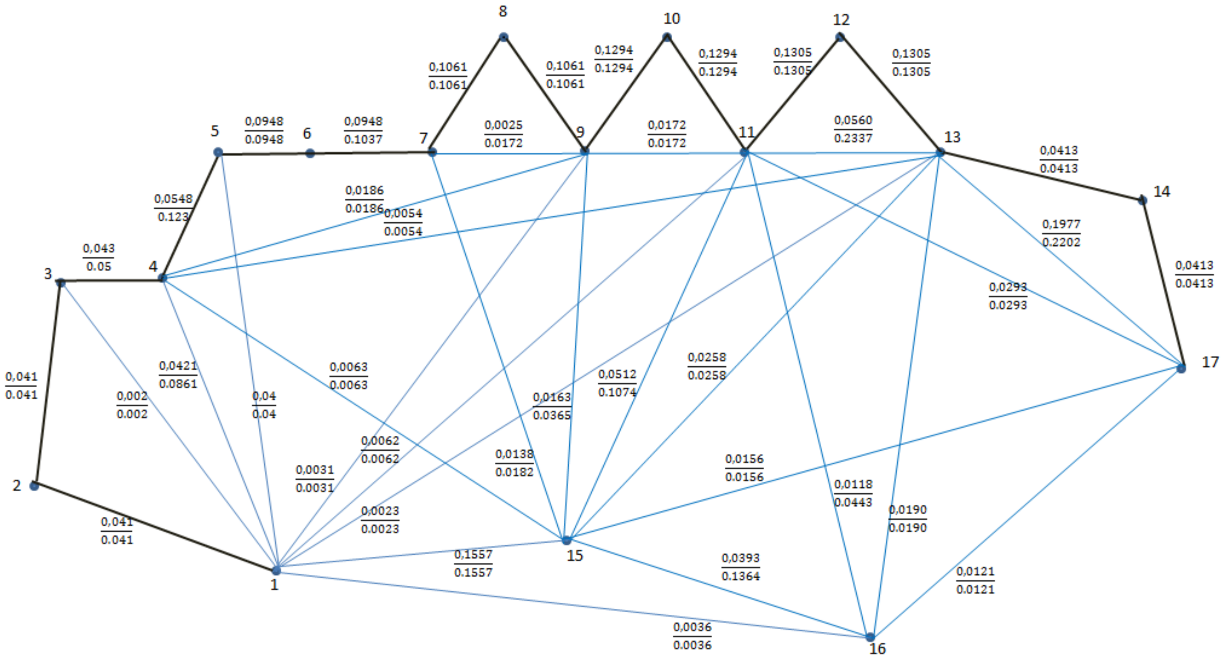
CO: Вътрешни ограничения

OO: Вътрешна цел

Y: Вътрешни променливи

Вътрешните и външни ограничения са пропускателните способности на дъгите, както и уравненията използвани за намиране на максимален поток, чрез функцията *graphmaxflow* на MATLAB. Външната цел е да се намери стойността на максималния поток, а вътрешната цел е да се намери потокоразпределение с най-ниска цена.

След числено решаване на двунивовата йерархична оптимизационна задача е получено решение за оптималната стойност на максималния поток между София и Варна и е определено оптималното потокоразпределение, което дава приоритет на превозите с железопътен транспорт. Решението на двунивовата йерархична задача е представено на фиг.3.10.



Фиг.3.10. Графично представяне на решението на двуйерархичната задачата за 2017 г.

Анализът на решенията от модела без йерархична оптимизация от фиг. 3.6. и случая на модел с йерархична оптимизация от фиг. 3.10 показва, че решението от фиг. 3.10. преразпределя елементите на максималния поток по железопътните дъги на транспортния граф. Това дава приоритет на железопътния транспорт в транспортната система от София до Варна.

Решенията от фиг.3.10 са вследствие прилагане на по-сложен оптимизационен модел на двунивова йерархична оптимизация. Сравнението на решенията от фиг. 3.6. и 3.10 показва, че задачата на двунивовата йерархична оптимизация води до даване на приоритет и увеличаване на използването на железопътния транспорт.

- Потокът по линия между възли Стражица-Попово, поддържан от железопътен транспорт нараства от 0.0948 на 0.1061, което запълва пълния капацитет на тази връзка;
- Потокът по линия между възли Попово-Търговище, поддържан от железопътен транспорт нараства от 0.0993 на 0.1294, което запълва пълния капацитет на тази връзка;
- Потокът по линия между възли Търговище-Шумен, поддържан от железопътен транспорт нараства от 0.0623 на 0.1305, което запълва пълния капацитет на тази връзка;

- Потокът по линия между възли Шумен-Варна, поддържан от железопътен транспорт нараства от 0.0188 на 0.0403, което запълва пълния капацитет на тази връзка;

Нарастването на използването на железопътен транспорт е свързано с намаляване на транспортните потоци по дъги в мрежата, поддържани от автобуси.Това намаление е оптимално в термините на йерархичната задача за оптимизация. Например:

- Потокът между възли София-Плевен, поддържан от автобусен транспорт намалява от 0.0861 до 0.0421.
- Потокът между възли В. Търново-Търговище, поддържан от автобусен транспорт намалява от 0.0917 до 0.0512.
- Потокът между възли Шумен-Варна, поддържан от автобусен транспорт намалява от 0.2202 до 0.1977. [80, 81, 148]

Но решенията на йерархичната оптимизация съдържат не само намаление на поток по автобусни линии, но и по места има увеличение. Например:

- Потокът по линия между възли В. Търново-Стражица, поддържан от автобусен транспорт нараства от стойност 0 на 0.0138.
- Потокът по линия между възли В. Търново- Попово, поддържан от автобусен транспорт нараства от стойност 0 на 0.0163.
- Потокът по линия между възли Антоново-Търговище, поддържан от автобусен транспорт нараства от стойност 0.0014 на 0.0118.

Тези резултати показват, че йерархичната задача за оптимизация може едновременно да отчита изисквания за максимизиране на потока между София и Варна в транспортната мрежа, но и да осигури приоритетно преразпределение на елементите на максималния поток към железопътните превози. Разработеният йерархичен оптимизационен модел за интензифициране на железопътните пътнически превози позволява да се реализират инвестиционни и управляващи политики от институции като БДЖ-Пътнически превози, Държавна агенция Автомобилна администрация, Министерство на транспорта, Агенция Железопътна инфраструктура за развитието и експлоатацията на Републиканската Транспортна Схема.

3.5. Анализи и сравнения на получените резултати

В този раздел се анализират особеностите, предимства и недостатъци на разработени нейерархичен и йерархичен модел на оптимизация за интензифициране на пътническите превози, изпълнявани с железопътен транспорт.

За да се сравнят и оценят разработените модели, е необходимо да се приложи общ критерий за оценка на техните свойства. Такъв критерий е дефиниран, като се отчита целта на задачата за интензифициране на железопътните пътнически превози. Ето защо това изследване оценява стойността на максималния обем трафик (максимален поток), който може да се предаде през транспортната мрежа от София до Варна. Частта от максималния поток, който може да се предаде по линии, обслужвани от железопътен транспорт ще се използва за оценяване на полезността на отделните оптимизационни модели. Следователно моделът, който дава по-голям дял от предаване на максималния поток по железопътните линии, ще бъде приложен за интензифициране на железопътния пътнически транспорт.

Първи критерий за оценка. Сравнението и оценката на двата модела, нейерархичен и йерархичен се оценяват количествено по следния начин. Общата стойност на капацитетите на линиите в мрежата, изпълнявани от железопътен транспорт от София до Варна е изчислен като:

$TOTAL_{rail}=v_{1,2}+v_{2,3}+v_{3,4}+v_{4,5}+v_{5,6}+v_{6,7}+v_{7,8,9}+v_{9,10,11}+v_{11,12,13}+v_{13,14}+v_{14,17}=0{,}8198$ *[относителни единици за пропускателни-способности]*

Частта от максималния поток, която преминава по линии, изпълнявани от железопътния транспорт се изчислява като:

$Part\_MAX\_FLOW_{rail}=f_{1,2}+f_{2,3}+f_{3,4}+f_{4,5}+f_{5,6}+f_{6,7}+f_{7,8,9}+f_{9,10,11}+f_{11,12,13}+f_{13,14}+f_{14,17}$ *[относителни единици за поток]*.

Решенията за потокоразпределение $f_{i,j}$, $i,j=1,...,N,$ което се получава от решаването на нейерархичната задача и йерархичната задача дефинират стойности на частта на максималния поток, изпълняван от железопътен транспорт както следва:

- За нейерархичния модел: $Part\_MAX\_FLOW_{rail}(single\ optimization)=0.6036$ отн. ед.
- За модела с експертно мнение за определяне на приоритети за железопътните линии: $Part\_MAX\_FLOW_{rail}(subjective\ optimization) = 0{,}8365$. отн. ед.
- За йерархичния модел: $Part\_MAX\_FLOW_{rail}(bi\text{-}level\ optimization) = 0{,}7357$. отн. ед.

Относителният дял на максималния поток, предаван по железопътните връзки в транспортната мрежа за двата оптимизационни модела се изчислява като се раздели частта от максималният поток, която преминава по железопътните линии за двата модела, на общата част от максималният поток за железниците в транспортния граф. Резултатите от изчисленията са дадени в таблица 3.1.

$$\frac{Part\_MAX\_FLOWrail(single\ optimization)}{TOTALrail}$$

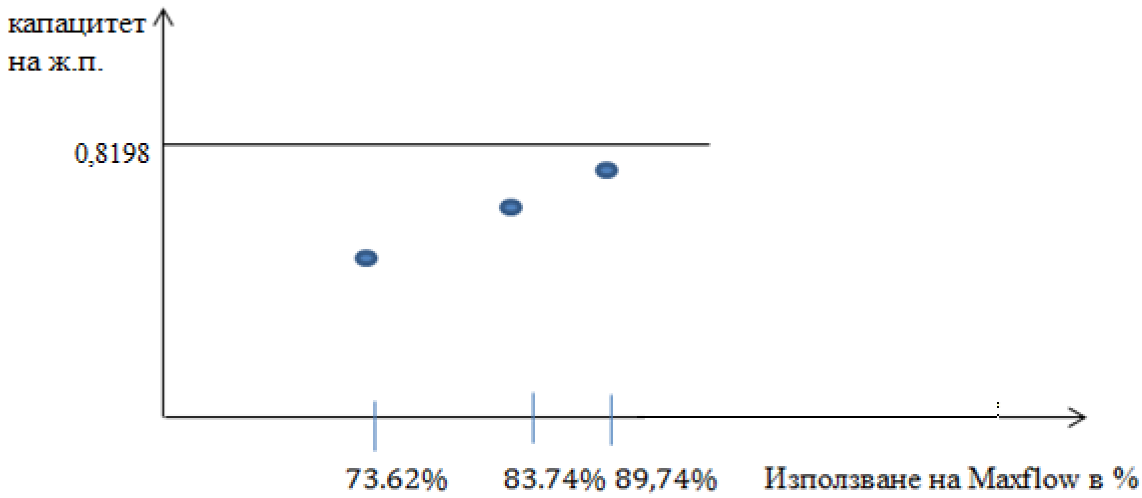
$$\frac{Part\_MAX\_FLOWrail(manual\ single\ optimization)}{TOTALrail}$$

$$\frac{Part\_MAX\_FLOWrail(bi-level\ optimization)}{TOTALrail}$$

Резултатите от изчисленията са представени в таблица 3.1.

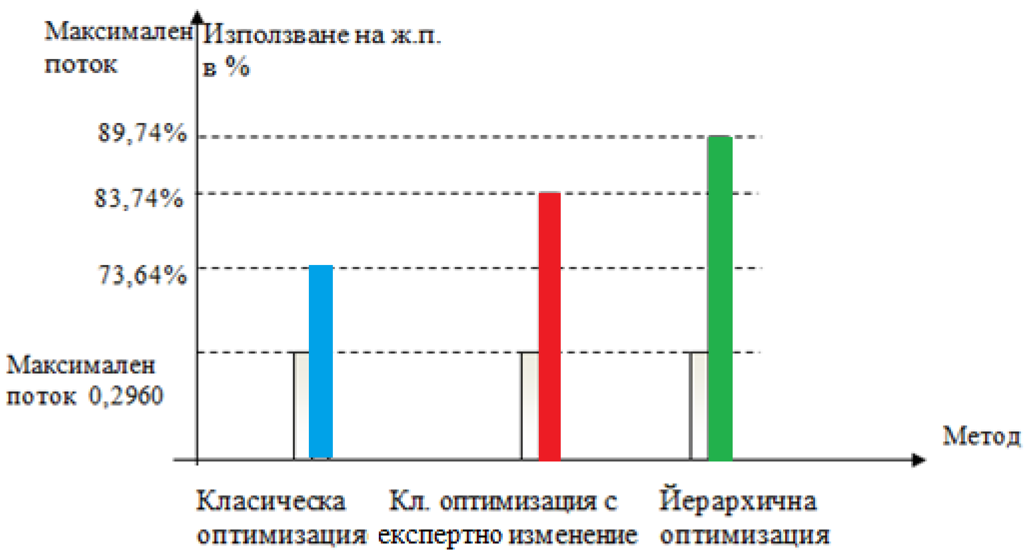
Метод	Класическа оптимизация	Модифицирана класическа оптимизационна задача	Bi-level оптимизация
% на използване на Ж. П.	73.64%	83.74%	89.74%

Графично представяне на резултатите.



Фиг. 3.11 Сравнение на трите управляващи стратегии.

Това сравнение показва предимствата от прилагане на йерархичния модел на оптимизация. Стойността на максималния поток, който може да се предаде от София до Варна е еднакъв и за трите модела, но йерархичният модел дава значителен приоритет на потокоразпределение, което използва с предимство железопътен транспорт, фиг.3.12



Фиг.3.12. Сравнения и предимства на йерархичния модел за оптимизация

Графичното представяне на резултатите, за различните методи, показващи колко процента от максималният поток на общия транспортен граф се поема от железопътните линии. Фиг. 3.12. Вижда се, че поемането на максималният поток се увеличава от 73,62% до 89,74%, при йерархичната оптимизация поемането на максималният поток от железопътните превози се увеличава с 13,10%.

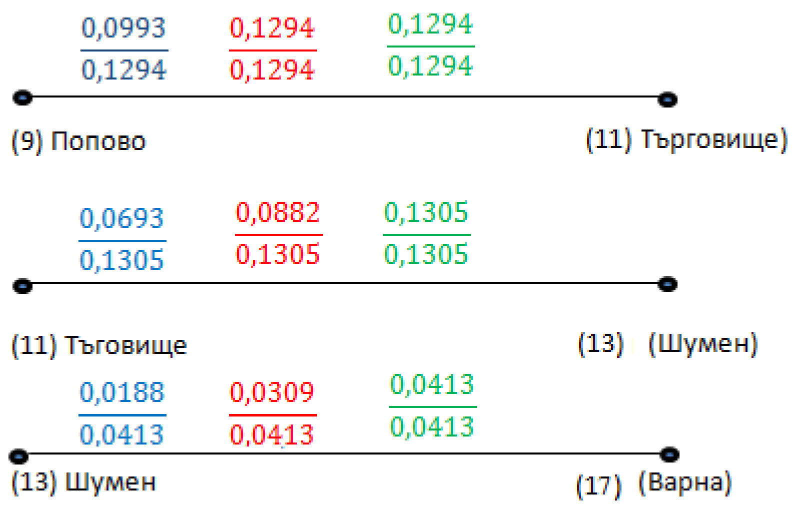
Втори критерий за оценка. Едно допълнително сравнение и оценка на разработените оптимизационни модели е направено на фиг.3.13. Избрани са три дъги от транспортната мрежа, които се обслужват от железопътен транспорт:

- Попово(възел 9) –Търговище(възел 10),
- Търговище(възел10)- Шумен(възел 11),
- Шумен(възел 11) –Варна(възел 17).

За всяка от тези дъги е направена оценка и сравнение от прилагането на три управляващи стратегии:

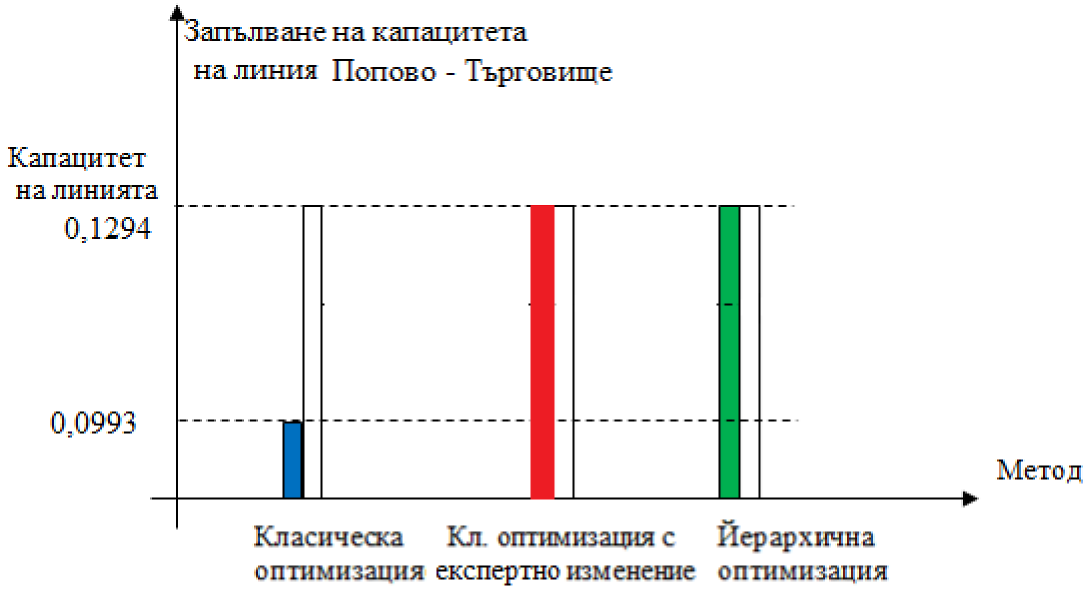
1. *Стратегия 1: прилагане на класическа оптимизация с резултати от фиг.3.6.* Числителят в първото дробно число е големината на частта на максималния поток, който преминава през съответната линия в графа. Знаменателят е текущата пропускателна способност на тази линия
2. *Стратегия 2: прилагане на модифицирана класичска оптимизация фиг.3.8.* Числителят на второто дробно число отново показва големината на частта на максималния поток, който преминава през тази линия на графа.
3. *Стратегия 3: прилагане на йерархична оптимизация, която дава приоритет на всички железопътни връзки в графа с резултати от фиг.3.10.*

Числителят на третото дробно число показва и за този случай големината на частта на максималния поток през тази линия на графа.



Фиг. 3.13. Сравнение на стойностите на частта на максималния поток между дефинирани дъги на транспортната мрежа от три модела.

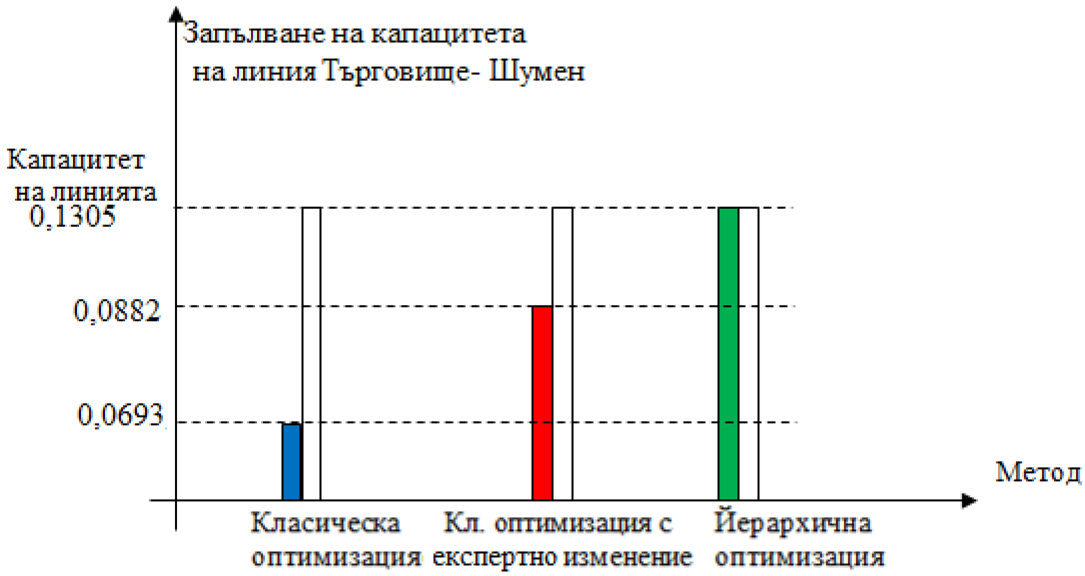
Графично представяне на направеното сравнение от прилагането на три управляващи стратегии за участъка Попово - Търговище. Фиг. 3.14.



Фиг.3.14. Сравнения и предимства на йерархичния модел за оптимизация за линия Попово- Търговище.

С йерархичната оптимизация капацитета на линия Попово- Търговище се запълва 100%, както и с модифицираната класическа оптимизация, докато с класическата оптимизация капацитетът се запълва 76,73%.

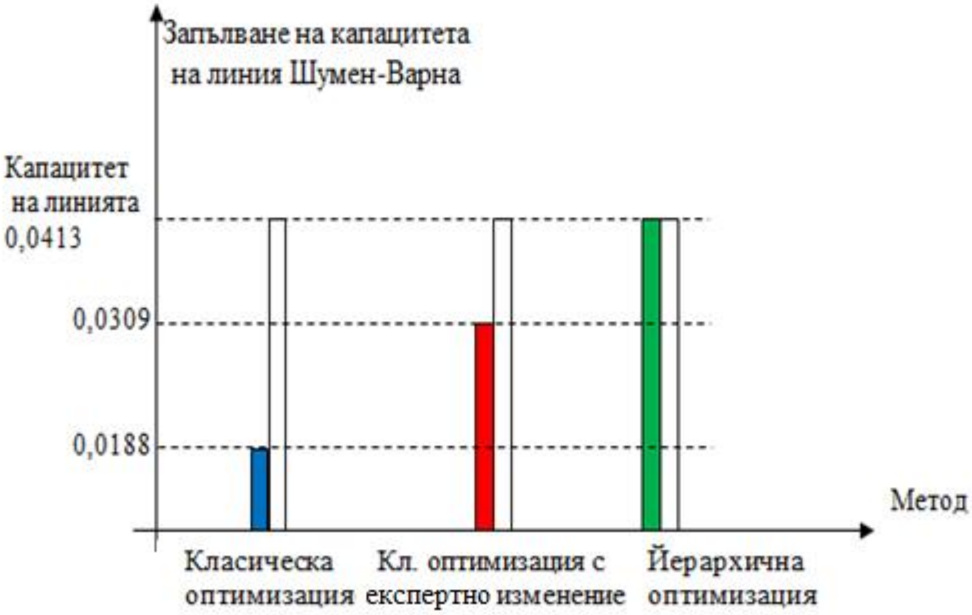
Графично представяне на направеното сравнение от прилагането на три управляващи стратегии за участъка Търговище - Шумен. Фиг. 3.15.



Фиг.3.15. Сравнения и предимства на йерархичния модел за оптимизация за линия Търговище-Шумен.

С йерархичната оптимизация капацитета на линия Търговище-Шумен се запълва 100%, докато с класическата оптимизация капацитетът се запълва 53.10%. Модифицираната класическа оптимизация запълва капацитета 67,43%

Графично представяне на направеното сравнение от прилагането на три управляващи стратегии за участъка Шумен – Варна. Фиг. 3.16.



Фиг.3.16. Сравнения и предимства на йерархичния модел за оптимизация за линия Шумен-Варна

С йерархичната оптимизация капацитета на линия Шумен – Варна се запълва 100%, докато с класическата оптимизация капацитетът се запълва 45.52%. Модифицираната класическата оптимизация запълва капацитета 74.82%

Видно от представените данни от фиг.3.13 и за трите избрани линии на транспортния граф йерархичният модел на оптимизация дава приоритет и предимство на железопътните превози.

Така например, стойността на частта на максималния поток за линия 13-17 се увеличава от 0.0188 (класическата оптимизация), през 0.0309 (модифицираната класическа оптимизационна задача) до 0.0413 (йерархичен модел). Видно е, че йерархичният модел достига до пълно използване на капацитета на линия 13-17, изчислена на стойност 0.0413 (знаменателят на дробите).

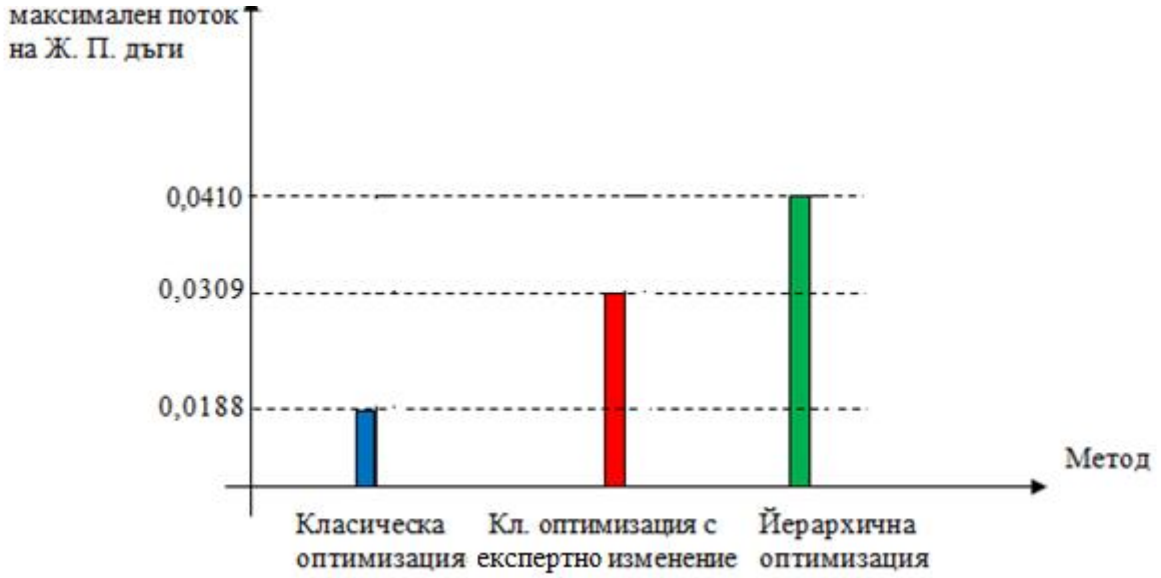
Аналогични резултати се получават и за останалите две дъги на транспортния граф.

Допълнително сравнение е условния дял от максималният поток λ. Това е най-ниската стойност на дъга от железопътните линии намерена след решаване на задачата по трите стратегии за намиране на максимален поток. Тази стойност дава максималният поток, който ще може да премине през графа, ако този граф се състои само от железопътен транспорт. На таблица 3.2. са показани стойностите λ за трите начина на решаване.

Метод	Класическа оптимизация λ_1	Модифицирана класическа задача λ_2	Bi-level оптимизация λ_3
λ	0,0188	0,0309	0,0410

Таб. 3.2. Стойности на λ за различните начини на решаване

На фиг. 3.17. са показани графично резултатите на условния дял от максималният поток.



Фиг. 3.17. Условен дял от максималният поток по железопътните линии.

Използва се условен дял, защото това не е част от максималния поток, оценява се минималната стойност на поток като решение на трите стратегии. Дъгата с най-нисък максимален поток е намерена от решението с класическата оптимизация. Стойността на условния дял е 0,0188 отн. ед. това е стойността на потока, който ще може да премине, ако графът се състои само от железопътен транспорт. При йерархичната оптимизация е стойността на условния дял е 0,0410 отн. ед.

Направените сравнения и оценки доказват, че йерархичният модел за оптимизация дава приоритет на превозите на железопътния транспорт. Приоритетът се постига чрез изпълнение на потокоразпределение, използващо с предимство дъги в транспортния граф, реализирани от ж.п. транспорт.

3.6. Изводи

В Глава 3 е приложен йерархичния модел за оптимизация и управление на пътническите превози в интегрирана транспортна система като е дефинирана и решавана йерархична задача за оптимизация. Решенията на йерархичната задача са сравнявани с известни оптимизационни задачи за максимален поток и за оптимално потокоразпределение. Показано е предимството на решенията на йерархичната задача, която запазва стойността на максималния поток и реализира потокоразпределение, което дава предимство на железопътния транспорт. Направени са и допълнителни анализи, оценки и сравнения на получените решения на йерархичната оптимизационна задача.

Дефинираната аналитично йерархична оптимизационна задача за управление е съставена като йерархично взаимосвързани две оптимизационни задачи. Горната оптимизационна задача определя стойността на максималния поток в транспортната система и неговото разпределение по дъгите на мрежата. Тази задача използва като зададени параметри пропускателните способности на дъгите в транспортния граф. Тази задача не проектира потокоразпределение, което дава приоритет на железопътния транспорт. Долната оптимизационна задача определя оптимално потокоразпределение, като дава предимство на превозите по дъгите обслужвани от железопътен превоз. Долната задача не определя оптимална стойност на максималния поток, а изисква неговото фиксиране като известен параметър параметър. Долната задача определя като решение потокоразпределението по дъгите на графа, което се използва като ограничение за пропускателните способности за горна оптимизационна задача.

Получени са решения на йерархичната оптимизационна задача с данни за разписанията на влакове и автобуси за 2016 и 2017г. Решенията на йерархичната задача са сравнявани с тези, получавани от класическа нейерархична задача за максимален поток и с модифицираната класическа оптимизационна задача, която премахва автобусни превози при дублиране на превози по едни и същи дъги на транспортната система и превози, които са близки до тези с незапълнен капацитет по железопътните линии. Числената оценка на тези три случая показва предимство на йерархично дефинираната и решена задача. Последната позволява да се предава през транспортната мрежа максимален трафик между София и Варна, като компонентите на този трафик с предимство се предават по железопътни участъци на транспортната система. Направена е и илюстрация, показваща повишаване на натоварването на железопътните участъци на транспортната система, намаляване на натоварването на автобусните превози и преразпределение на потокоразпределението по автобусните участъци.

Резултатите от дисертационните изследвания включват разработване на нов модел на управление, формализиран до йерархична система за управление. Практическото използване на дисертационните резултати е предназначено за управление на железопътни пътнически превози чрез изменение на графици и за управление на процеса на издаване на лицензи за пътнически автобусни превози.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ – РЕЗЮМЕ НА ПОЛУЧЕНИТЕ РЕЗУЛТАТИ

Общественият железопътен транспорт е важен фактор за развитието на интелигентните транспортни системи. Железопътният транспорт дава предимства свързани с ефективността при експлоатацията, подобряването на логистичните услуги, намаляването на замърсяването. Обект на изследването е клас транспортна система, която интегрира пътнически превози изпълнявани от железопътен и автобусен транспорт. Целта на този дисертационен труд е да се разработи такъв алгоритъм за управление на пътническите превози, при който да се даде приоритет на железопътния транспорт в сравнение с автобусния транспорт. Задачите, които са дефинирани и решени, използват данни, идващи от настоящата практика в България, свързани с пътническия транспорт както с железопътен транспорт, така и с автобуси. Поради липсата на пълен набор от данни за интензивността на пътническия транспорт това изследване използва само наличната информация от графиците на автобусите и железопътния транспорт.

Да се даде приоритет на железопътния транспорт е важна национална политика за управление и прилагане на интелигентни транспортни системи. Един тривиален подход за увеличаване на железопътния транспорт е да се разгледа и да се осигури автобусен транспорт само на места, където липсва железопътният транспорт. Ограниченията на капацитета на железопътната система, връзките между автобусни и железопътни транспортни маршрути, общи спирки за автобуси и железопътни линии в градовете осигуряват състезания между железопътните и автобусни транспортни услуги. В такава конкурентна среда е необходима специална политика на управление, която да предостави предпочитания и да увеличи експлоатацията на железопътния транспорт.

Тази дисертационна работа формализира задача за управление на железопътните превози чрез увеличаване на приоритета на железопътния транспорт. Описанието на тази задача е да осигури оптимално разпределение на железопътните транспортни услуги по предварително определена транспортна мрежа, по която се изпълнява и автобусен транспорт. Разработен е йерархичен модел за управление, който е формализиран до двуйерархична оптимизационна задача, която генерира решение за интензифициране на железопътния транспорт. Йерархичната оптимизационна задача оценява максималния поток, който може да премине между две предварително определени точки на транспортната мрежа и прави оптимално потокоразпределение като дава предимство на железопътните превози.

Йерархичната задача за управление е съставена като композиция на взаимосвързани две оптимизационни задачи. Тази постановка е различна, в сравнение класическата постановка в теория на йерархичните системи, където основно се прилагат принципите на декомпозиция и координация. В горната оптимизационна задача се изчислява максималния поток, който може съвместно да се прокара в транспортната мрежа от автобусен и железопътен транспорт при зададени ограничения на пропускателните способности на транспортните връзки. Стойността на този максимален поток се използва като фиксиран параметър в долна оптимизационна задача. Тази оптимизационна задача самостоятелно не дава приоритет на железопътните пътнически превози.

В долната оптимизационна задача се прави оптимално потокоразпределение по критерий най ниска стойност, като се дава предимства на железопътния транспорт в сравнение с автобуса. Този приоритет е дефиниран, като се прилага разпределение на потока с по-ниски цени по железопътните връзки. Така чрез минимизиране на общите разходи за разпределение на потока оптималното решение осигурява интензивно използване на железопътните връзки за разпределение на потока, което ще увеличи използването на железопътния транспорт. Тази оптимизационна задача самостоятелно не дава възможност за оптимизиране на стойността на максималния поток. В тази задача стойността на потока трябва предварително да се зададе като фиксиран параметър.

В йерархичната задача за управление горната задача максимизира потока, като спазва ограничения на пропускателните способности на дъгите в транспортната система. Стойността на максималния поток се използва като параметър в ограниченията на долната оптимизационна задача. Последната определя пропускателните способности на дъгите в транспортната система, които се прилагат като ограничения на горната оптимизационна задача. Така йерархичния модел за оптимизация се съставя като две взаимосвързани задачи, като всяка от тях изменя ограниченията на другата.

Йерархичното дефинираните оптимизационни задачи са взаимно свързани, като решението на горната задача дефинира параметри в долната задача и обратно. Като резултат йерархичната оптимизация, дава решение както за железопътния, така и за автобусния транспорт и взема предвид изискванията за подобряване и отдаване на приоритет на железопътния транспорт в обща транспортна мрежа. Получените решения на йерархичната оптимизационна задача допълнително установяват в кои участъци на транспортната система трябва да се подобри железопътната инфраструктура, или интензифициране на железопътния трафик.

Дисертационният труд разработва алгоритъм за управление на сложна транспортна система и алгоритъм за подготовка на данни. Изследването не съдържа резултати за разработване на числени алгоритми за решаване на двуйерархични оптимизационни задачи или на задачите, използвани в йерархичния модел. Резултатите на дисертационния труд допринасят за увеличаване на приложната област на йерархичната оптимизация, която се характеризира със сложен-формализъм.

Чрез увеличаване на нивата на оптимизация и формалното съдържание на задачите на различни нива, може да се очаква допълнителни ползи за управлението на железопътния транспорт. Понастоящем йерархични модели с повече нива няма практически реализации, поради увеличаването на изчислителното време, необходимо за решаване на йерархични задачи с повишена размерност.

Изследователските резултатите от дисертационните изследвания включват разработване на нов модел на управление, формализиран до йерархична система за управление. Практическото използване на дисертационните резултати е предназначено за управление на железопътни пътнически превози чрез изменение на графици и за управление на процеса на издаване на лицензи за пътнически автобусни превози.

ПРИНОСИ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Разработен е йерархичен модел за управление на интегрирана траспортна система (автобусни и железопътни пътнически превози) . Моделът трябва да дава приоритет на железопътните пътнически превози в сравнение на автобусния транспорт;
2. Йерархичният модел използва предимства на йерархичния подход като е приложен изследователски подход за композиране на йерархичния модел чрез взаимно свързани оптимизационни задачи;
3. Разработване на алгоритъм за количествено определяне на параметрите на йерархичната задача за управление в условия на ограничени изходни данни за пътническите превози чрез въвеждане на условни пропускателни способности;
4. Дефинирана и е решена двуйерархична (bi-level) оптимизационна задача. Оценката на решенията показва че повече параметри на транспортната система се определят като оптимални в сравнение с класически оптимизационни задачи;

Разработеният йерархичен модел е внедрен за проектирането на алгоритъм за управление на клас интегрирана транспортна система, изпълняваща пътнически превози с железопътен и автобусен транспорт. Научни и научно –приложни резултати на дисертационния труд са приложени при разработването на договор № 134/20.06.2016г. “Български Държавни Железници – Пътнически Превози” ЕООД

Таблица 3.1. Показва връзката между резултатите, структурата на дисертационни труд и направените публикации.

Задача	Тип принос	Публикация	Глава
Разработване на йерархичен модел за управление	Научен	1,3,4	2
Композиране на йерархичния модел чрез взаимно свързани оптимизационни задачи	Научен	1,2,5,6	2
Разработване на алгоритъм за количествено определяне на параметрите	Научно-приложен	1,3,4,5	2

Дефиниране и решаване на опт. задача и оценка на получените решения	Научно-приложен	5, 6	3
Приложение на йерархичния модел	Приложен	2,5,6	3,2

БЪДЕЩО РАЗВИТИЕ:

- Увеличаване размерността на интегрирана транспортна система с повече части от Републиканската Транспортна Схема.
- Дефиниране на нови алгоритми за управление при отчитане на допълнителни данни за налични ресурси на подвижен железопътен състав и технологични изисквания за експлоатацията на железопътния транспорт.
- В следствие на повишените размерности на йерархичните задачи, да се разработят нови числени алгоритми за тяхното решаване.

ПУБЛИКАЦИИ:

1. Kristina Pavlova, Todor Stoilov, Krasimira Stoilova – „Bi-level model for public rail transportation under incomplete data" . Journal "Cybernetics and Information Technologies". ISSN Print: 1311-9702 , ISSN Online: 1314-408, SJR 0,2 (Приета за публикуване).

2. Kristina Pavlova, Todor Stoilov- „Mathematical model for increasing the efficiency of passenger railway transport in Bulgaria", X international conference for young researchers, Technical science & Industrial management, 12 – 15.12.2016 Borovets, Bulgaria, International scientific journal, National society "Industrial & National Security", ISSN PRINT 2367-8380, ISSN WEB 2534-8485, стр. 10-13

3. К. Павлова – „Разработване на математически модел за интензифициране на пътническите железопътни превози за републиканската транспортна схема", сп. „Българска Наука", ISSN: 1314-1031 стр 50-55

4. К. Павлова, Т. Стоилов – "Приложение на задачата за максимален поток при проектиране на железопътна транспортна схема", International Conference: Automatics and Informatics'2016, гр. София, 4-5 октомври 2016г PROCEEDINGS: ISSN 1313-1850 CD: ISSN 1313-1869 стр. 103-106

5. К. Павлова Т. Стоилов - „Моделиране на пътнически превози от кобинирана железопътна и автобусна транспортна схема", Четиринадесета национална младежка Научно-практическа конференция, гр. София, 19 – 20 април 2016 г. ISSN: 1314-8931, стр. 41-46.

6. Kristina Pavlova, Todor Stoilov – "Application of bi-level optimization for increase of rail public transportations. International Conference: Automatics and Informatics'2017, PROCEEDINGS: ISSN 1313-1850 CD: ISSN 1313-1869 (приета, служебна бележка)

Изнесени доклади на конференции:

1. К. Павлова, Т. Стоилов- "Анализ на капацитета на железопътните пътническите превози за направление София-Варна", Научно- техническа конференция „Младежки форум – 2016" , на тема: „ Младите хора в транспорта - обучение, предизвикателства, перспективи", 10 - 11.05. 2016 г.

Извадка от вътрешния правилник на ИИКШ-БАН за защита на образователно-научната степен „доктор”.

чл. 3., т. 1.1. ИИКТ: Дисертацията на кандидата трябва да е базирана на поне три научни публикации, поне една от които да е в списание с импакт фактор или в специализирано международно издание.

ЦИТИРАНЕ:

- К. Павлова, Т. Стоилов. ПРИЛОЖЕНИЕ НА ЗАДАЧАТА ЗА МАКСИМАЛЕН ПОТОК ПРИ ПРОЕКТИРАНЕ НА ЖЕЛЕЗОПЪТНА ТРАНСПОРТНА СХЕМА. Сборник трудове на международната конференция "АВТОМАТИКА И ИНФОРМАТИКА", 4-5 октомври 2016, N ISSN 1313-1850, 103-106.

1. Иванов В. Измерване на характеристики на транспортен трафик. Proceedings of Trans&MOTAUTO’2017, 26.6-1.07.2017, Burgas, Bulgaria, ISSN 1313-5031 (Print), ISSN 2535-0307(online), yer1, issue 2(2), Sofia, Bulgaria, p.12-115.

УЧАСТИЕ В ПРОЕКТИ:

1. Договор ДФНП № 98 от 04.05.2016 год. Българска Академия на Науките. „Създаване на математически модел за интензифициране и оптимизиране на пътническите железопътни превози в участък на Републиканската Транспортна Схема“.
2. Договор № 134/20.06.2016г. “Български Държавни Железници – ПЪТНИЧЕСКИ ПРЕВОЗИ” ЕООД. „Разработване на математически модел за интензифициране на пътническите железопътни превози за участък на Републиканската Транспортна Схема“,

Декларация за оригиналност на резултатите

Декларирам, че настоящата дисертация съдържа оригинални резултати, получени при проведени от мен научни изследвания, с подкрепата и съдействието на научния ми ръководител. Резултатите, които са получени, описани и/или публикувани от други учени, са надлежно и подробно цитирани в библиографията.

Настоящата дисертация не е прилагана за придобиване на научна степен в друго висше училище, университет или научен институт.

Инж. Кристина Тодорова

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Ahmed, F., Khan, Md.A., Khan, A.R., Ahmed, S.S. and Uddin, Md.S. (2014) An Efficient Algorithm for Finding Maximum Flow in a Network-Flow. Journal of Physical Sciences, 19, 41-50.
2. Ahuja, Ravindra K.; Kodialam, Murali; Mishra, Ajay K.; Orlin, James B. (1997). "Computational investigations of maximum flow algorithms". European Journal of Operational Research. 97 (3): 509. doi:10.1016/S0377-2217(96)00269-X.
3. Ahuja, R. K.; Magnanti, T. L.; Orlin, J. B. (1993). Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications (1st ed.). Prentice Hall. ISBN 013617549X.
4. Aiyoshi, E., & Shimizu, K. (1984). A solution method for the static constrained Stackelberg problem via penalty method. IEEE Transactions on Automatic Control, 29, 1111–1114.
5. Anandalingam, G., & Friesz, T. (1992). Hierarchical optimization: an introduction. Annals of Operations Research, 34, 1–11.
6. Bard, J. F. (1988). Convex two-level optimization. Mathematical Programming, 40, 15–27.
7. Bard, J. F., Plummer, J., & Sourie, J. C. (2000). A bilevel programming approach to determining tax credits for biofuel production. European Journal of Operational Research, 120, 30–46
8. Bard J.F. Coordination of multi-divisional firm through two levels of management. Omega, vol. 11(5), 1982, pp. 457–465.
9. Bard, J. Coordination of a multi-divisional organization through two levels of management. Omega, vol. 11(5), 1983, pp. 457–468.
10. Bertsekas, Dimitri (1998). Network Optimization: Continuous and Discrete Models. Athena Scientific. ISBN 1-886529-02-7.
11. Bertsekas, D. Network Optimization: Continuous and Discrete Models. Massachusetts Institute of Technology. Athena Scientific, Belmont, Massachusetts. 1998. ISBN 1-886529-02-7
12. B. H. Korte; Jens Vygen (2008). "8.4 Blocking Flows and Fujishige's Algorithm". Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms (Algorithms and Combinatorics, 21). Springer Berlin Heidelberg. pp. 174–176. ISBN 978-3-540-71844-4.

13. Bouza, A., G. Still. Solving bilevel programs with the KKT-approach. Math. Program. Ser. A. vol. 138, 2013, pp.309–332. DOI 10.1007/s10107-012-0535
14. Brotcorne, L., M. Labbe, P. Marcotte, G. Savard. A bilevel model for toll optimization on a multicommodity transportation network. - Transportation Science , vol. 35, 2001, pp. 1–14
15. Brotcorne, L., S. Hanafi, R. Mansi. A dynamic programming algorithm for the bilevel knapsack problem. -Operations Research Letters, vol. 37(3), 2009, pp. 215–218.
16. Brualdi, Richard A. (2006). Combinatorial matrix classes. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications. 108. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 0-521-86565-4. Zbl 1106.05001.
17. Burkard, Rainer; M. Dell'Amico; S. Martello (2012). Assignment Problems (Revised reprint). SIAM. ISBN 978-1-61197-222-1.
18. Calvete, H. I., C. Galé, M. Oliveros. Bilevel model for productiondistribution planning solved by using ant colony optimization - Computers and Operations Research, vol. 38, no. 1, 2011, pp. 320–327.
19. Camacho-Vallejo, J. F., Á. E. Cordero-Franco, R. G. González-Ramírez. Solving the bilevel facility location problem under preferences by a Stackelberg-evolutionary algorithm, - Mathematical Problems in Engineering, vol. 2014, 2014, Article ID 430243, 14 pages.
20. Cecchini, M., J. Ecker, M. Kupferschmid, R. Leitch. Solving nonlinear principalagent problems using bilevel programming. - European Journal of Operational Research, vol. 230(2), 2013, pp. 364 – 373.
21. Cheriyan, J.; Maheshwari, S. N. (1988). "Analysis of preflow push algorithms for maximum network flow". Foundations of Software Technology and Theoretical Computer Science. Lecture Notes in Computer Science. 338. p. 30. ISBN 978-3-540-50517-4. doi:10.1007/3-540-50517-2_69.
22. Cherkassky, Boris V.; Goldberg, Andrew V. (1995). "On implementing push-relabel method for the maximum flow problem". Integer Programming and Combinatorial Optimization. Lecture Notes in Computer Science. 920. p. 157. ISBN 978-3-540-59408-6. doi:10.1007/3-540-59408-6_49.
23. Cohen, G. Optimization by decomposition and coordination. An unified approach. IEEE Trans on Autom. Control, AC-23, 1978, №2, 222-232

24. Colson, B., Marcotte, P., & Savard, G. (March 2005a). A trust-region method for nonlinear programming: algorithm and computational experience. Computational Optimization and Applications, 30.
25. Colson, B., P. Marcotte, G. Savard. An overview of bi-level optimization. Springer. - Ann Oper Res, vol.153, 2007, pp. 235–256, DOI 10.1007/s10479-007-0176-2
26. Constantin, I., M. Florian. Optimizing frequencies in a transit network: a nonlinear bi-level programming approach. - International Transactions in Operational Research, vol. 2, 1995, pp.149–164.
27. Cormen, T. H.; Leiserson, C. E.; Rivest, R. L.; Stein, C. (2001). "§26 Maximum flow". Introduction to Algorithms (2nd ed.). The MIT Press. pp. 643–698. ISBN 0262032937
28. Cormen, Thomas H.; Leiserson, Charles E.; Rivest, Ronald L.; Stein, Clifford(2001). "Section 26.2: The Ford–Fulkerson method". Introduction to Algorithms (Second ed.). MIT Press and McGraw–Hill. pp. 651–664. ISBN 0-262-03293-7.
29. Côté, J.-P., P. Marcotte, G. Savard. A bilevel modeling approach to pricing and fare optimization in the airline industry. - Journal of Revenue and Pricing Management, vol.2 2003, pp. 23–36.
30. Dempe, S. Annotated bibliography on bilevel programming and mathematical programs with equilibrium constraints. Optimization, vol. 52(3), 2003, pp. 339–359.
31. Dempe, S., J. Dutta, and S. Lohse. Optimality conditions for bilevel programming problems. - Optimization, vol. 55(56), 2006, pp. 505–524.
32. Dempe, S., V. V. Kalashnikov, G. A. Pérez-Valdés, “Mixed-integer bilevel programming: application to an extended gas cash-out problem,” in Proceedings of the International Business and Economics Research Conference (IBERC & TLC '06), Las Vegas, Nev, USA, 2006, p. 14.
33. Dempe, S., V. V. Kalashnikov, G. A. Pérez-Valdés, N. Kalashnykova, Natural gas bilevel cash-out problem: convergence of a penalty function method, - European Journal of Operational Research, vol. 215, no. 3, 2011, pp. 532–538.
34. Dempe, S. (1992a). A necessary and a sufficient optimality condition for bilevel programming problems.
35. Dempe, S. (1992b). Optimality conditions for bilevel programming problems. In P. Kall (Ed.), System mod- elling and optimization (pp. 17–24). Heidelberg: Springer.
36. Dirkse, S. P., & Ferris, M. C. (1999). Modeling and solution environments for MPEC: gams & matlab. In M. Fukushima, & L. Qi (Eds.), Reformulation: nonsmooth, piecewise

smooth, semismooth and smoothing methods (pp. 127–148). Dordrecht: Kluwer Academic.

37. Edmonds, Jack; Karp, Richard M.(1972). "Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problems". Journal of the ACM. Association for Computing Machinery. 19 (2): 248–264. doi:10.1145/321694.321699.
38. Edmunds, T., & Bard, J. F. (1991). Algorithms for nonlinear bilevel mathematical programs. IEEE Transac- tions on Systems, Man, and Cybernetics, 21, 83–89.
39. Facchinei, F., Jiang, H., & Qi, L. (1996). A smoothing method for mathematical programs with equilibrium constraints. Technical Report R03-96, Università di Roma “La Sapienza”, Dipartimento di Informatica e Sistemistica.
40. Fampa, M., L. Barroso, D. Candal, L. Simonetti. Bilevel optimization applied to strategic pricing in competitive electricity markets. - Computational Optimization and Applications, vol. 39(2), 2008, pp.121–142.
41. Fang, S., P. Guo, M. Li, L. Zhang, Bilevel multiobjective programming applied to water resources allocation,” -Mathematical Problems in Engineering, vol. 2013, 2013, Article ID 837919, 9 pages.
42. Findeisen, W., F. Baily, M. Bradys, K. Malinovski, P. Tatjewski, A. Wozniak. Control and coordination in hierarchical system. John Wiley & Sons, New York, 1980. 467p.
43. Findeisen, W., M. Bradys, K. Malinovski, P. Tatjewski, A. Wozniak. On the hierarchical control for steady-state system- IEEE Trans on Autom. Control, AC-23,1978, №2 , 189-208
44. Fletcher, R., & Leyffer, S. (2002). Numerical experience with solving MPECs by nonlinear programming methods. Numerical Analysis Report NA/210, Department of Mathematics, University of Dundee, Dundee, Scotland.
45. Fletcher, R., Leyffer, S., Ralph, D., & Scholtes, S. (2002). Local convergence of SQP methods for Math- ematical Programs with Equilibrium Constraints. Numerical Analysis Report NA/209, Department of Mathematics, University of Dundee, Dundee, Scotland.
46. Florian, M., & Chen, Y. (1995). A coordinate descent method for the bi-level o-d matrix adjustment problem.
47. Ford, L. R. Jr., D. R. Fulkerson (1956), "Maximal flow through a network" (PDF), -Canadian Journal of Mathematics, vol. 8, 1956, pp. 399–404, doi:10.4153/cjm-1956-045-5, MR 0079251

48. Fortuny-Amat, J., & McCarl, B. (1981). A representation and economic interpretation of a two-level pro- gramming problem. Journal of the Operational Research Society, 32, 783–792.
49. Fudenberg, D., J. Tirole. Game theory. MIT Press, 1993.
50. Fukushima, M. (1992). Equivalent differentiable optimization problems and descent methods for asymmetric variational inequality problems. Mathematical Programming, 53, 99–110.
51. Fukushima, M., & Pang, J.-S. (1999). Complementarity constraint qualifications and simplified B-stationarity conditions for mathematical programs with equilibrium constraints. Computational Optimization and Applications, 13, 111–136.
52. Galil, Z. and Naamad, A. (1980) An O (EV log2 V) Algorithm for the Maximal Flow Problem. Journal of Computer and System Sciences, 21, 203-217. http://dx.doi.org/10.1016/0022-0000(80)90035-5
53. George T. Heineman, Gary Pollice, and Stanley Selkow (2008). "Chapter 8:Network Flow Algorithms".Algorithms in a Nutshell Oreilly Media. pp. 226–250. ISBN 978-0-596-51624-6.
54. Gessing, R. Two level heirarchical resourse allocation problem and its OLF solution. – In IFAC/IFORS Symposiom on Large Scale System, 1, Zurich, Switzerland, 1986
55. Goldberg, A V; Tarjan, R E (1986). "A new approach to the maximum flow problem". Proceedings of the eighteenth annual ACM symposium on Theory of computing - STOC '86. p. 136. ISBN 0897911938. doi:10.1145/12130.12144.
56. Goldberg, Andrew V. (2008). "The Partial Augment–Relabel Algorithm for the Maximum Flow Problem". Algorithms - ESA 2008. Lecture Notes in Computer Science. 5193. p. 466. ISBN 978-3-540
57. Gomory, R. E. , T. C. Hu. Multi-Terminal Network Flows. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 9, No. 4 (Dec.,1961), pp. 551-570
58. Haurie, A., R. Loulou, G. Savard. A two player game model of power cogeneration in new england. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 37, 1992, 1451–1456.
59. Hearn, D. W., M.V. Ramana. Solving congestion toll pricing models. In P. Marcotte (Ed.), Equilibrium and advanced transportation modelling, Dordrecht, Kluwer Academic, 1998, pp. 109–124.
60. Hirvonen, J., L. Hakkala. A relaxation type two-level method for stste constrained dynamic optimization problems. – In: A Link Between Science And Applications Of

Autonomic Control (Ed. A. Niemi), Proceeding Of 7th World IFAC Congress, Helsinki, Finland, Perg, Press 3, 1979, 2041-2047

61. Hinogalas, T., S. Dasigo, M. Singh. Coordination in hierarchical algorithms. - IEEE Trans on Sysems, Man and Cyberneties ,SMC-13, 1983,SMC-13, 1983, №3
62. Ho, H. W. , S. C. Wong, Housing allocation problem in a continuum transportation system, - Transport metrica, vol. 3, no. 1, 2007, pp. 21–39.
63. Hobbs, B. F., S.K. Nelson. A nonlinear bilevel model for analysis of electric utility demand-side planning issues. - Annals of Operations Research, vol. 34, 1992, pp. 255–274.
64. Jack Edmonds and Richard M. Karp(1972). "Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problems". Journal of the ACM. 19 (2): 248–264. doi:10.1145/321694.321699
65. James B. Orlin (1997). "A polynomial time primal network simplex algorithm for minimum cost flows". Mathematical Programming. 78: 109–129. doi:10.1007/bf02614365.
66. Jian, H., & Ralph, D. (December 1997). Smooth SQP methods for mathematical programs with nonlinear complementarity constraints. Manuscript, Department of Mathematics and Statistics, University of Mel- bourne.
67. Jon Kleinberg and Éva Tardos (2006). "Chapter 7:Extensions to the Maximum Flow Problem". Algorithm Design. Pearson Education. pp. 378–384. ISBN 0-321-29535-8.
68. Jonathan F. Bard. Practical Bilevel Optimization: Algorithms and Applications. Kluwer Academic Publishers. pp. 473
69. Ivan Popchev. Desentralized systems. Bulgarian Academi of Sciences. 1989, pp278
70. Kalashnikov, V., S. Dempe, G.A. Pérez-Valdés, N. Kalashnykova, J.F. Camacho-Vallejo. Bilevel Programming and Applications. Review Article. -J. Mathematical Problems in Engineering, Mathematical Problems in Engineering. Vol.2015, 2015, Article ID 310301, 16 pages, http://dx.doi.org/10.1155/2015/310301
71. Kara, B. Y., & Verter, V. (2004). Designing a road network for hazardous materials transportation. Trans- portation Science, 38, 188–196.
72. Kelner, J. A.; Lee, Y. T.; Orecchia, L.; Sidford, A. (2014). "An Almost-Linear-Time Algorithm for Approximate Max Flow in Undirected Graphs, and its Multicommodity Generalizations". Proceedings of the Twenty-Fifth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms(PDF). p. 217. ISBN 978-1-61197-338-9. arXiv:1304.2338.. doi:10.1137/1.9781611973402.16.

73. Kolstad, C. D. (1985). A review of the literature on bi-level mathematical programming. Technical Report LA-10284-MS, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico, USA.
74. Kolstad, C. D., & Lasdon, L. S. (1990). Derivative estimation and computational experience with large bilevel mathematical programs. Journal of Optimization Theory and Applications, 65, 485–499.
75. Kheirkhah, A., N. HamidReza , M.B. Masume . A bi-level network interdiction model for solving the hazmat routing problem. Special Issue: Transportation in Supply Chain Management. Volume 54, Issue 2, 2016. pp. 459-471. http://dx.doi.org/10.1080/00207543.2015.1084061
76. Kirjner-Neto, C., E. Polak, A.Der Kiureghian. An outer approximations approach to reliabilitybased optimal design of structures. - Journal of Optimization Theory and applications, vol. 98(1), 1998, pp. 1–16.
77. Kiyotaka Shimizu, Yo Ishizuka, Jonathan F. Bard. Nondifferentiable and Two-Level Mathematical Programming. Kluwer Academic Publishers. Boston, London1997, pp.470
78. Kkaydin Hande, Necati Aras, I. Kuban Altnel. Competitive facility location problem with attractiveness adjustment of the follower: A bilevel programming model and its solution. - European Journal of Operational Research, vol. 208(3), 2011, pp. 206 – 220.
79. Kovacevic, R., G. Ch. Pflug. Electricity swing option pricing by stochastic bilevel optimization: A survey and new approaches. - European Journal of Operational Research, vol. 237, issue 2, 2014, pp. 389-403.
80. Kristina Pavlova, Todor Stoilov- „Mathematical model for increasing the efficiency of passenger railway transport in Bulgaria“, X international conference for young researchers, Technical science & Industrial management, 12 – 15.12.2016 Borovets, Bulgaria, International scientific journal, National society ”Industrial & National Security”, ISSN PRINT 2367-8380, ISSN WEB 2534-8485, стр. 10-13
81. Kristina Pavlova, Todor Stoilov – “Application of bi-level optimization for increase of rail public transportations. International Conference: Automatics and Informatics’2017, PROCEEDINGS: ISSN 1313-1850 CD: ISSN 1313-1869
82. Kristina Pavlova, Todor Stoilov, Krasimira Stoilova – „Bi-level model for public rail transportation under incomplete data“ . Journal “Cybernetics and Information Technologies”. ISSN Print: 1311-9702 , ISSN Online: 1314-408, SJR 0,2 (Приета за публикуване).

83. Kücükaydin, H., N. Aras, I. K. Altinel, Competitive facility location problem with attractiveness adjustment of the follower: a bilevel programming model and its solution,-European Journal of Operational Research, vol. 208, no. 3, 2011, pp. 206–220.
84. Künzi, H. P., W. Krelle. Nichtlineare Programmierung. Berlin: Springer – Verlag, 1962, 303p
85. Labbe, M., P. Marcotte, G. Savard. A bilevel model of taxation and its application to optimal highway pricing. Management Science , vol. 44, 1998, pp. 1608–1622.
86. Larsson, T., M. Patriksson. Side constrained traffic equilibrium models–traffic management through link tolls. In P. Marcotte, S. Nguyen (Eds.), Equilibrium and advanced transportation modelling , Dordrecht, Kluwer Academic, 1998, pp. 125–151.
87. Lasdon, L. Optimization Theory For Large Scale System. Mcc. Milan, N.Y.., 1970
88. Lei, L.,C. Guang-Nian, L. Chen-Xin, Research on problems bi-level programming for personnel allocation in enterprise, in Proceedings of the 17th International Conference on Management Science & Engineering (ICMSE '10), Melbourne, Australia, November 2010, pp. 293–298.
89. Lim, C. and Smith, J. Algorithms for discrete and continuous multi-commodity flow network interdiction problems. IIE Transaction, vol. 39(1), 2007, pp.15–26.
90. Malinovski, K., practical aspects for coordination processes. In IFAC/IFORS Symposium on Large Scale System, Warsaw, Poland, 1983
91. Malinovski, K., A. Allidine, M. Singh. Decomposition coordination techniques for parallel simulation. – Large Scale System, 9, 1985, №2
92. Marcotte, P., & Savard, G. (2005). Bilevel programming: a combinatorial perspective. In: D. Avis, A. Hertz, & O. Marcotte (Eds.), Graph theory and combinatorial optimization. Boston: Kluwer Academic.
93. Marcotte, P., & Zhu, D. L. (1996). Exact and inexact penalty methods for the generalized bilevel programming problem. Mathematical Programming, 74, 141–157.
94. Meserovic, M., D. Macko, Y. Takahara. Theory of hierarchal multilevel sysrem, N.Y., Academic Press, 1970
95. Migdalas, A. (1995). Bilevel programming in traffic planning: models, methods and challenge. Journal of Global Optimization, 7, 381–405.
96. Morton, D., F. Pan, K. Saeger. (2007). Models for nuclear smuggling interdiction. IIE Transactions, 39(1):3–14.

97. Munkres, James. "Algorithms for the Assignment and Transportation Problems". Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics Vol. 5, No. 1 (Mar., 1957) , pp. 32-38.
98. Nachane, D. Optimization method in multilevel system: a methodological survey. – European J. of Oper. Res., 21, 1985, 25-28
99. Nash, J. (1951). Non-cooperative games. Annals of Mathematics, 54, 286–295.
100. Outrata, J., M. Kocvara. Effective reformulations of the truss topology design problem. - Optimization and Engineering, vol.7, 2006, pp. 201–219.
101. Outrata, J., Kocˇvara, M., & Zowe, J. (1998). Nonsmooth approach to optimization problems with equilibrium constraints: theory, applications and numerical results, Nonconvex optimization and its applications (Vol. 28). Dordrecht: Kluwer Academic.
102. Papavassilopoulos, G. (1982). Algorithms for static Stackelberg games with linear costs and polyhedral con- straints. In Proceedings of the 21st IEEE Conference on Decisions and Control (pp. 647–652).
103. Popchev, I. Decentralization System. S., BAS, 1989
104. P.T. Sokkalingam, P. Sharma and R.K. Ahuja, A new primal simplex algorithm for network flow problem, Unpublished manuscript, 1993; Presented at NETFLOW’93 at San Miniato, Italy.
105. Ralph, D. (November 1998). Optimization with equilibrium constraints: a piecewise SQP approach. Manu- script, Department of Mathematics and Statistics, University of Melbourne.
106. Ravindra K. Ahuja, Thomas L. Magnanti, and James B. Orlin (1993). Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. Prentice-Hall, Inc. ISBN 0-13-617549-X.
107. R. E. Gomory and T. C. Hu . Multi-Terminal Network Flows. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 9, No. 4 (Dec.,1961), pp. 551-570
108. R.K. Ahuja, T.L. Magnanti and J.B. Orlin,Network Flows: Theory, Algorithms and Applications (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993).
109. Salmeron, J., K. Wood, R. Baldick. Analysis of electric grid security under terrorist threat. Power Systems, IEEE Transactions on , vol. 19(2), 2004, pp. 905–912.
110. Sandell, N., P. Varaiya, M. Athans, M. Safonov. Survey of decentralization control method for large scale system- IEEE Trans on Autom. Control, AC-23, 1978, №2, 108-126
111. Shao, F. A., P. D. Roberts- A Price correction mechanism with global feedback for hierarchical control of steady-state system. – Large Skale System, 1983, №4. 6780p

112. Savard, G. (April 1989). Contribution à la programmation mathématique à deux niveaux. PhD thesis, Ecole Polytechnique de Montréal, Université de Montréal, Montréal, QC, Canada

113. Scheel, H., & Scholtes, S. (2000). Mathematical programs with complementarity constraints: Stationarity, optimality, and sensitivity. Mathematics of Operations Research, 25, 1–22.

114. Scholtes, S. (2001). Convergence properties of a regularisation scheme for mathematical programs with com- plementarity constraints. SIAM Journal on Optimization, 11, 918–936.

115. Scholtes, S. (May 2002). Combinatorial structures in nonlinear programming. Optimization Online. Available on the Internet at the address http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2002/05/477.html.

116. Scholtes, S., & Stöhr, M. (1999). Exact penalization of mathematical programs with equilibrium constraints.

117. Siljak, D., M. K. Sundareshan. A multilevel optimization of karge skale dynamin systems. - IEEE Trans. on Autom. Control, AC-21, 1976, №2, 79-84

118. Singh , M., A. Titli. Systems: Decompozitions , Optimization And Control. Pergamon Press 1978

119. Sinha, A., P. Malo, A. Frantsev, K. Deb. Multi-objective stackelberg game between a regulating authority and a mining company: A case study in environmental economics. In 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC-2013). IEEE Press, 2013.

120. Sinha, A., P. Malo, K. Deb. Efficient Evolutionary Algorithm for Single-Objective Bi-level Optimization. Coprnell University Library. arXiv.org:1303.3901, 2014. https://arxiv.org/abs/1303.3901

121. Smith, W.R., R.W. Missen. Chemical Reaction Equilibrium Analysis: Theory and Algorithms. John Wiley & Sons, New York, 1982.

122. Stoilov T., K. Stoilova, M. Papageorgiou, I. Papamichail. Bi-level optimization in a Transport network. - Cybernetics and Information Technologies, vol.15., N.5, 2015, pp. 37-49. DOI: 10.1515/cait-2015-0013.

123. Stoilova, K., T.Stoilov, K.Nikolov. Autonomic properties in traffic control. - Cybernetics and Information Technologies, N4, 2013, p.18-32, DOI 10.2478/cait-2013-0048.

124. Stoilov T., K. Stoilova. Noniterative coordination in multilevel systems. Monograph,

Kluwer Academic Publisher, Dordrecht /Boston/London, 1999, ISBN 0-7923-5879- 1, p. 268.

125. Sun, H., Z. Gao, J. Wu. A bi-level programming model and solution algorithm for the location of logistics distribution centers, - Applied Mathematical Modelling, vol. 32, no. 4, 2008, pp. 610–616.

126. Tatjewski, P., On-line hierarchal control of steady-state system using the augemented interaction balans method with feedback. – Large Skale System, 8, 1985, 1-18

127. Terlikowski, T. Concept Of Two Layer Control- Attempt To A General Formal Description. – In: IFAC/IFORS Symposium On Large Skale System ,1, Zurich, Switxerland, 1986

128. Thoai, N. V., Yamamoto, Y., & Yoshise, A. (May 2002). Global optimization method for solving mathematical programs with linear complementarity constraints. Discussion Paper No. 987, Institute of Policy and Planning Sciences, University of Tsukuba, Japan.

129. Thomas Leo Mccluskey, Apostolos Kotsialos, Jorg P. Müller, F. Klügl, O. Rana, R. Schumann. Autonomic Road Transport Support Systems. Birkhüuser, 2012, 304p

130. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivestand Clifford Stein (2009). "26.2". Introduction to Algorithms(third ed.). MIT Press. pp. 727–730. ISBN 978-0-262-03384-8

131. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein (2001). "26. Maximum Flow". Introduction to Algorithms, Second Edition. MIT Press and McGraw-Hill. pp. 643–668. ISBN0-262-03293-7.

132. Tsonevsa, R., T. Patarinska. Optimal control of conyinuous fermentation process. Decomposition methods for strart-up, steady-state and minimum time problems. – Eng. Res. J., 13, sep. 1995, No4 , 189-197

133. Vasil'ev, I.L., K. B. Klimentova, Y. A. Kochetov. New lower bounds for the facility location problem with client preferences, Computational Mathematics and Mathematical Physics, vol. 49, no. 6, 2009, pp. 1055–1066.

134. Vicente, L. N., & Calamai, P. H. (1995). Geometry and local optimality conditions for bilevel programs with quadratic strictly convex lower levels. In: D. Du, & M. Pardalos (Eds.), Minimax and applications. Nonconvex optimization and its applications (Vol. 4, pp. 141–151). Dordrecht: Kluwer Academic.

135. Vicente, L. N., Savard, G., & Júdice, J. J. (1994). Descent approaches for quadratic

bilevel programming.Journal of Optimization Theory and Applications, 81, 379–399.

136. Vicente L.N., P. H. Calamai. Bilevel and multilevel programming: A bibliography review. - Journal of Global Optimization, vol. 5(3), 2004, pp. 291–306.

137. Wang, F. J., J. Periaux. Multi-point optimization using gas and Nash/Stackelberg games for high lift multi-airfoil design in aerodynamics. In Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation (CEC-2001), pp. 552–559.

138. Williams, Th. Herirachical Control For Large Skale Systems- A Survey. – In: Proceedind Of 7th World IFAC Cogres, Helsinki, Finland, Perg. Press, 3, 1979, 1393-1406

139. W.H. Cunningham, “A network simplex method,”Mathematical Programming 1 (1976) 105–116. Print ISSN 0025-5610 Online ISSN 1436-4646

140. Wu, T., Y. Lu. A Feaseable Interaction Prediction Approach To Large Scale Systems Optimal Control. – Large Scale Systems, 12, 1987, 35-46

141. Xu, J., Y. Tu, Z. Zeng. Bilevel optimization of regional water resources allocation problem under fuzzy random environment, - Journal of Water Resources Planning and Management, vol. 139, no. 3, 2013, pp. 246–264.

142. Ye, J. J., & Zhu, D. L. (1995). Optimality conditions for bilevel programming problems. Optimization, 33, 9–27.

143. Yefim Dinitz (2006). "Dinitz' Algorithm: The Original Version and Even's Version" (PDF). In Oded Goldreich; Arnold L. Rosenberg; Alan L. Selman. Theoretical Computer Science: Essays in Memory of Shimon Even. Springer. pp. 218–240. ISBN 978-3-540-32880-3.

144. Yezza, A. (1996). First-order necessary optimality conditions for general bilevel programming problems.JOTA, 89, 189–219.

145. Алиев, Р.,М. Либерзон. Методы и алгоритмы координации в промышленных системах управления. М., Радио и связь 1987.208с

146. В. Финдайзен. Системы с многими уровнями управления. Автоматика и телемеханика, 1970, №9, 86-95

147. Д. Младенов, К. Стоилова, Т. Стоилов. Теория И Практика На Йерархичните Системи. Българска Академия на Науките. 1989. Стр. 214.

148. Договор №134/2016 г. Между „БДЖ – Пътнически превози” ЕООД и Институт по информационни и комуникационни технологии” – БАН за консултантски услуги относно Разработване на математически модел за интензифициране на

пътническите железопътни превози за участък на републиканската транспортна схема.

149. И. Попчев, ВИИ „К. Маркс“, И. Буковска-Шехтова. Многокритериална оценка и избор на оптимизационни методи за междуокръжни товарни автомобилни превози. Транспорт и кибернетика. 1985. Стр. 5-9.

150. Илка Евгениева Буковска-Шехтова. Методи за оптимизация в АСУ на междуокръжни товарно автомобилни превози. Автореферат. София 1986г.

151. Иван Попчев, Йордан Запрянов, Стоян Марков. Йерархични Децентрализирани Системи за Управление. Държавно Издателство „Техника“. Сифия 1985, стр. 135

152. К. Павлова Т. Стоилов - „Моделиране на пътнически превози от кобинирана железопътна и автобусна транспортна схема”, Четиринадесета национална младежка Научно-практическа конференция, гр. София, 19 – 20 април 2016 г. ISSN: 1314-8931, стр. 41-46

153. К. Павлова, Т. Стоилов – “Приложение на задачата за максимален поток при проектиране на железопътна транспортна схема”, International Conference: Automatics and Informatics’2016, гр. София, 4-5 октомври 2016г PROCEEDINGS: ISSN 1313-1850 CD: ISSN 1313-1869 стр. 103-106

154. К. Павлова – „Разработване на математически модел за интензифициране на пътническите железопътни превози за републиканската транспортна схема“, сп. „Българска Наука“, ISSN: 1314-1031 стр 50-55

155. Красимира Стоилова. Неитеративна координация с предсказване. Акад. Изд. „проф. Марин Дринов“. 2010г. 414с.

156. Мирчев, Иван Асенов- Оптимизационни алгоритми в мрежи. Унив. изд. Неофит Рилски. 2001г. 434с. ISBN: 954-680-174-7

157. Николова, Хр. Стратегия за устойчиво развитие на автомобилния и железопътния транспорт в България – възможности и перспективи. XIX Международна научна конференция „Транспорт” 2009, 6-7 ноември, 2009, София. Сборник с доклади, стр. III-16-III-20.

158. Пламен Борисов Дянков. Оптимизация на мултимодални транспортни системи. Автореферат. Шумен 2016г.

159. Първи отчет по договор Договор №134/2016 г. Между „БДЖ – Пътнически превози” ЕООД и Институт по информационни и комуникационни технологии” –

БАН за консултантски услуги относно Разработване на математически модел за интензифициране на пътническите железопътни превози за участък на републиканската транспортна схема. 2016 г.

160. Сгурев В. Мрежови потоци с общи ограничения. БАН София. 1991

161. Стоян Стоянов. Методи и алгоритми за оптимизация, Монография. София „Техника“. 1990г.

162. Стоян Стоянов. Оптимизация на технологични процеси. София „Техника“. 1993г.

163. Тодор Стоилов, Неинтеративна Координация В Йерархични Системи, Академично Издателство „Проф. Марин Даринов“, 1998, 271стр

164. https://www.mathworks.com/help/bioinfo/ref/graphmaxflow.html?s_tid=srchtitle

165. https://yalmip.github.io/command/solvebilevel

166. https://yalmip.github.io/tutorial/bilevelprogramming